

## Спектральная плотность стохастических процессов в прогностических навигационно-управляющих задачах движения судна на курсе

А.Н. Попов [an.popov@gmail.com](mailto:an.popov@gmail.com), А.П.Троеглазов [troeglazoff@yandex.ru](mailto:troeglazoff@yandex.ru), В.В. Попов [061202@rambler.ru](mailto:061202@rambler.ru), И.И. Макашина [irmak@inbox.ru](mailto:irmak@inbox.ru)  
Государственный морской университет им.адм. Ф.Ф.Ушакова

**Аннотация.** При управлении современным судном при движении на курсе и условии насыщенного приборам, интегрированного мостика, судоводитель недостаточно уделяет внимания анализу сложной навигационной обстановки, что приводит к хаотичному и непредсказуемому прохождению маршрута. Исследован метод оценки спектральной плотности стохастических процессов в задачах идентификации, фильтрации и прогнозирования управления судном при решении вопросов помощи в принятии решений судоводителем в навигационно-управляющих воздействиях и оптимизации маршрута. Исследовано прогнозирование стохастического процесса в реальном масштабе времени на основе полученной оценки спектральной плотности, результатов моделирования на судовом вычислителе, скорости сходимости и точности решения задачи. В работе также обоснована необходимость формирования у будущего судоводителя стохастического мышления, позволяющего основываясь на интуитивном и логическом мышлении отказаться на начальном этапе решения проблемной задачи от заведомо ложных вариантов развития процесса с целью обеспечения безопасности мореплавания.

**Ключевые слова:** прогнозирование; корреляция; спектральная плотность; стохастический; моделирование; авторегрессия, факторизация, стохастическое мышление.

**Благодарности:** Благодарности: работа выполнена при поддержке ГМУ им. адм. Ф.Ф.Ушакова.

**Финансирование:** Исследование выполнено при финансовой поддержке ГМУ им. адм. Ф.Ф.Ушакова в рамках научного проекта развития национальной концепции E-навигации.

**Для цитирования:** Попов А.Н., Троеглазов А.П., Попов В.В., Макашина И.И. Спектральная плотность стохастических процессов в прогностических навигационно-управляющих задачах движения судна на курсе. Морские интеллектуальные технологии. 2022.

### Original article

## Spectral density of stochastic processes in predictive navigation and control problems of ship movement on course

A.N.Popov [an.popov@gmail.com](mailto:an.popov@gmail.com), A.P. Troeglazov<sup>1</sup> [troeglazoff@yandex.ru](mailto:troeglazoff@yandex.ru), V.V. Popov<sup>1</sup> [061202@rambler.ru](mailto:061202@rambler.ru),  
I.I.Makashina [irmak@inbox.ru](mailto:irmak@inbox.ru)  
Admiral Ushakov Maritime State University (AUMSU)

**Abstract.** When controlling a modern vessel while moving on a course and under the condition of an integrated bridge saturated with instruments, the skipper does not pay enough attention to the analysis of a complex navigational situation, which leads to a chaotic and unpredictable passage of the route. The method of estimating the spectral density of stochastic processes in the problems of identification, filtering and forecasting of ship management when solving issues of assistance in decision-making by the boat master in navigation and control actions and route optimization is investigated. The prediction of a stochastic process in real time is investigated on the basis of the obtained spectral density estimate, the results of modeling on a ship computer, the convergence rate and the accuracy of the solution of the problem. The paper also substantiates the need for the formation of stochastic thinking at the future navigator, which allows, based on intuitive and logical thinking, to abandon at the initial stage of solving a problem from deliberately false options for the development of the process in order to ensure the safety of navigation.

**Keywords:** prediction; correlation; spectral density; stochastic; modeling; auto-regression; factorization, stochastic thinking

**Acknowledgements:** *acknowledgements: the work was carried out with the support of the State Medical University named after Adm. F.F.Ushakov.*

**Financial Support:** The research was carried out with the financial support of the State Medical University named after Adm. F.F.Ushakov within the framework of the scientific project for the development of the national concept of E-navigation.

**For citation:** Popov A.N., Troeglazov A.P., Popov V.V., Makashina I.I. Spectral density of stochastic processes in predictive navigation and control problems of ship movement on course. Marine intellectual technologies. 2022

### Введение

В концепции развития Е-навигации многие задачи помощи в принятии решения судоводителем относятся к вопросам оптимального обнаружения опасности, идентификации зон навигационной безопасности и прогнозирования действий судовой вахты в сложной обстановке. Для всестороннего оперативного решения вопросов в сложной обстановке интенсивного энтропийного воздействия на судоводителя применимы различные вариации решения локальных математических задач. В данной статье проанализирован процесс спектральной плотности стохастических приемов в решении интегральных уравнений Фредгольма первого рода. Также обоснована необходимость формирования стохастического мышления у судоводителя.

**1. Постановка задачи.** При исследовании и моделировании многих процессов систем управления достаточно приемлемо показаны три формы представления стохастического процесса  $x(t)$ , вида:

$$\Phi(\Delta)x(t) = \Psi(\Delta)\varepsilon(t) \quad (1)$$

Авторегрессия со скользящим средним (APCC;  $n_1, n_2$ )

$$\Phi(\Delta) = 1 + \sum_{k=1}^{n_1} \varphi(k)\Delta^k$$

$$\Psi(\Delta) = 1 + \sum_{j=1}^{n_2} \psi(j)\Delta^j$$

$$\Delta^k x(t) = x(t-k)$$

$\varepsilon(t)$  - некоторая последовательность некоррелированных величин ("белый шум").

Таким образом:

$$A_0(\Delta)x(t) = \varepsilon(t) \quad (2)$$

Примем, что авторегрессия  $AP(p)$ , в модификации, вида:

$$A_0(\Delta) = 1 + \sum_{k=1}^p a(k)\Delta^k \quad (3)$$

$$x(t) = B_0(\Delta)\varepsilon(t) \quad (4)$$

откуда, скользящее среднее  $CC(q)$ , в модификации, вида:

$$B_0(\Delta) = 1 + \sum_{j=1}^q b(j)\Delta^j \quad (5)$$

Примем, что коэффициенты  $\{a_k, b_j, \psi_j, \varphi_k\}$ , связаны соотношениями:

$$\Psi(\Delta)A_0(\Delta) = \Phi(\Delta) \quad \text{и}$$

$$\Phi(\Delta)B_0(\Delta) = \Psi(\Delta) \quad (6)$$

Получили модель авторегрессии и проинтегрированного скользящего среднего  $APПСС(n_1, d, n_2)$ , представляющего некоторые процессы со стационарными  $d$ -приращениями.

Строим и исследуем прогнозирующую функцию  $\hat{x}(t, l)$ , для данного процесса параметрической модели, где:  $\{a(k)\}$  - отражают количество необходимых значений предшествующего процесса,  $\{b(j)\}$  - определяют возможность прогнозирования с заданной точностью [1].

Примем, наилучший в среднеквадратической конфигурации прогноз значения  $x(t+l)$  искомого процесса по предыстории  $x(t-1), x(t-2), \dots$  в каждый момент времени  $t$  имеет вид:

$$\hat{x}(t, 0) = -\sum_{k=1}^p a(k)x(t-k) \quad (7)$$

$$\hat{x}(t, l) = -\sum_{k=1}^l a(k)\hat{x}(t, l-k) - \sum_{k=l+1}^p a(k)\hat{x}(t, l+k); l=1, 2, \dots \quad (8)$$

тогда ошибка прогноза, находится через выражение:

$$\sum_{j=1}^{l-1} b(j)\varepsilon(t+l-j) \quad (9)$$

или дисперсию:

$$e(l) = \text{var}[x(t+l) - \hat{x}(t, l)] = \sigma_\varepsilon^2 \sum_{j=0}^{l-1} b^2(j); b(0) = 1, l = \overline{1, L} \quad (10)$$

Отметим, что для модели стохастической формы, применима спектральная факторизация:

$$S_x(\omega) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\pi} S(\omega)S^*(\omega) \quad (11)$$

$$\text{где: } S(\omega) = \left( \sum_{k=0}^{n_1} \varphi(k)e^{-ik\omega} \right)^{-1} \left( \sum_{j=0}^{n_2} \psi(j)e^{-ik\omega} \right)$$

или модифицируем и получим:

$$S_x(\omega) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\pi} [A(\omega)A^*]^{-1} = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\pi} [B(\omega)B^*(\omega)] \quad (12)$$

где:  $A(\omega) = \sum_{k=0}^p a(k)e^{-ik\omega}$  и

$$B(\omega) = \sum_{j=0}^q b(j)e^{-ij\omega}$$

При известной спектральной плотности, определяем оценки коэффициентов  $\{a(k)\}$  и  $\{b(j)\}$ , в исследовании разлагая  $\ln S_x(\omega)$  в ряд Фурье, получим:

$$\ln S_x(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_k e^{ik\omega} \quad (13)$$

где:  $\alpha_k = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \ln S_x(\omega) \cos k\omega d\omega$

модифицируем и будем иметь:

$$S_x(\omega) = e^{\alpha_0} \tilde{B}^*(\omega) \tilde{B}(\omega), \quad (14)$$

где:  $\tilde{B}(\omega) = \exp \left[ \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k e^{ik\omega} \right]$

следовательно,  $\sigma_\varepsilon^2 = 2\pi \exp(\alpha_0)$  и

$$a(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} A(\omega) \exp(ik\omega) d\omega; k=1,2,\dots, \text{ и}$$

$$b(j) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} B(\omega) \exp(ij\omega) d\omega; j=1,2,\dots, \quad (15)$$

где:  $B(\omega) = \tilde{B}(\omega), A(\omega) = \tilde{B}^{-1}(\omega)$

В нахождении оценки спектральной плотности  $\hat{S}_x(\omega)$ , присутствует вариативность решений.

## 2. Спектрально-корреляционный анализ, в основе ортогональной функции

Пусть известны значения корреляционной функции на отрезке кусочно-линейного отрезка пути по времени  $[-T, T]$ , тогда:

$$r_{-N}, r_{-N-1}, \dots, r_0, \dots, r_{N-1}, r_N \quad (16)$$

Разложим спектральную плотность в ряд по ортонормированным полиномам Чебышева, получим:

$$S(\omega) = \sum_{k=0}^m c_k \Psi_k(\omega) \quad (17)$$

где:  $\{\Psi_k(\omega)\}$  - некоторая система ортонормированных дискретных полиномов на множестве узлов  $\{\omega_i\}, i=0, N$ , выразим коэффициенты  $\{c_k\}$ , через  $\{r_k\}$  и при достаточно большом  $N$ , имеем:

$$S(\omega) = \sum_{j=-N}^N r_j e^{-i\omega jn} \quad (18)$$

где:  $n = \frac{T}{N}; r_j$  - проекция вектора  $S(\omega)$  по базису  $\{e^{-i\omega jn}\}$ .

Примем, что базис  $\{e^{-i\omega jn}\}$  - это ортогональный ряд:

$$e^{-i\omega_p jn} = \sum_{\alpha=0}^{m_1} \sigma_{\alpha j}^- \Psi_\alpha(\omega_p), \omega_p = \frac{p\pi}{N}, p = \overline{0, N} \quad (19)$$

где:  $\sigma_{\alpha j}^- = \sum_{p=0}^N e^{-i\omega_p jn} \Psi_\alpha(\omega_p), \alpha = \overline{0, m}$

Модифицируем, в виде:

$$S(\omega) = \sum_{\alpha=0}^{m_1} \sum_{j=-N}^N \sigma_{\alpha j}^- r_j \Psi_\alpha(\omega), \quad (20)$$

Применив сравнительную характеристику, получим выражение:

$$\sum_{k=0}^m c_k \Psi_k(\omega) - \sum_{k=0}^{m_1} \sum_{j=-N}^N \sigma_{\alpha j}^- r_j \Psi_\alpha(\omega) = 0 \quad (21)$$

Пусть  $m \leq m_1$ , тогда если  $\{\Psi_k(\omega)\}$  - независимы, получим:

$$c_k = \sum_{j=-N}^N \sigma_{\alpha j}^- r_j \quad (22)$$

Упростим, при  $\omega_p = p$  и получим:

$$\sigma_{\alpha j}^- = \sum_{p=0}^N [\cos(pjn) - i \sin(pjn)] \Psi_\alpha(p) = \sum_{p=0}^N \cos(pjn) \Psi_\alpha(p) - i \sum_{p=0}^N \sin(pjn) \Psi_\alpha(p) \quad (23)$$

Обозначив:

$$\sum_{p=0}^N \cos(pjn) \Psi_\alpha(p) = \text{Re } \sigma_{\alpha j}^- \quad \text{и}$$

$$\sum_{p=0}^N \sin(pjn) \Psi_\alpha(p) = J_m e \sigma_{\alpha j}^- \quad (24)$$

получим:

$$\sigma_{\alpha_j}^- = \text{Re } \sigma_{\alpha_j}^- - iJ_m e \sigma_{\alpha_j}^-, \alpha = \overline{0, m_1} \quad (25)$$

Величина  $r_j$ , определяется по формуле:

$$r_j = \frac{1}{N+1} \cdot \sum_{S=0}^{N-j+1} (x_S - \bar{x})(x_{S+j} - \bar{x}) \quad (26)$$

где:  $\{x_S\}$  - наблюдения.

Как вариация, для оценки спектральной плотности  $S_x(\omega)$  можно применить теорему Винера-Хинчина, в виде непрерывного процесса с учетом преобразований:

$$\tilde{S}_x(\omega') = S_x\left(\frac{\omega'}{\Omega - \omega'}\right); \tilde{R}_x(\tau) = \frac{1}{2\Omega} \cdot R_x\left(\frac{\tau}{T - \tau}\right) \quad (27)$$

$$k(t, \omega') = (\Omega - \omega')^{-2} \cos(\omega' \tau / ((\Omega - \omega')(T - \tau))) \quad (28)$$

$$\text{где: } \omega' = \frac{\Omega \omega}{\omega + 1}; \quad \tau = \frac{T \tau}{\tau + 1}, \quad \omega \geq 0, \quad t \geq 0$$

$$\int_0^{\infty} S_x(\omega) \cos(\omega t) d\omega = 0,5 R_x(t), t \geq 0 \quad (29)$$

Модифицируем:

$$\int_0^{\Omega} S_x(\omega') k(\tau, \omega') d\omega' = \tilde{R}_x(\tau), 0 \leq \tau \leq T \quad (30)$$

для дискретного случайного процесса, соответственно:

$$\int_{-\pi}^{\pi} S_x(\omega) \cos \omega \tau d\omega = R_x(\tau), -\infty < \tau < \infty \quad (31)$$

Итак, модель определения оценки  $\hat{S}_x(\omega)$ , спектральной плотности сводится к решению интегрального уравнения первого рода, относящейся к не корректно поставленным задачам [2]. Исследуем общий вид интегрального уравнения Фредгольма первого рода:

$$\int_T k(\tau, S) h(S) dS = d(\tau), \tau \in T \quad (32)$$

где:  $T$  - интервал наблюдения.

Неизвестную функцию  $h(S)$  можно вычислить, решая систему алгебраических уравнений:

$$\sum_{j=1}^n k(\tau_i, S_j) h(S_j) \Delta S = d(\tau_i) \quad (33)$$

где:

$$i = 1, 2, \dots, n; \tau_i = \tau_1 + (i-1)\Delta\tau; S_j = S_1 + (j-1)\Delta S, \Delta\tau$$

$\Delta S$  - шаг квантования.

Исследуем и сводим систему к более низкому порядку, применив интерполяционный ряд Чебышева, в виде:

$$F_m(\tau) = \sum_{k=0}^m c_k \varphi_k(\tau) \quad (34)$$

$$\text{где: } c_k = \frac{\sum_{i=1}^n U_i \varphi_k(\tau)}{\sum_{i=1}^n \varphi_k^2(\tau)}$$

$m$  - порядок ряда;

$n$  - число точек деления;

$U_i$  - наблюдаемые значения.

При этом :

$$\varphi_k(\tau) = (\tau - P_k) \times \varphi_{k-1}(\tau) - Q_k \varphi_{k-2}(\tau) \quad (35)$$

$$\text{где: } P_k = \frac{(k-1, k)}{(k-1, k-1)} - \frac{(k-2, k-1)}{(k-2, k-2)}$$

$$Q_k = \frac{(k-1, k-1)}{(k-2, k-2)}, \quad (\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^n \tau_i^\beta \varphi_\alpha(\tau_i)$$

$$\varphi(\tau) = 1, \quad Q_1 = n, \quad P_1 = \frac{\sum_{i=1}^n \tau_i}{n}, \quad \varphi_1(\tau) = \tau - P_1,$$

$$k = 2, 3, \dots, m, \text{ при условии: } \sum_{i=1}^n \varphi_i(\tau_i) \varphi_k(\tau_i) = 0$$

, если  $l \neq k$ .

Аппроксимируя неизвестную функцию  $h(S)$ , при помощи полиномов  $\varphi_k(S)$  с неизвестными коэффициентами  $h_k$ , получим приближение, вида:

$$H_m(S) = \sum_{k=0}^m h_k \varphi_k(S) \quad (36)$$

при этом неизвестную функцию в правой части, представим в виде ряда Чебышева, того же порядка  $m$  с неизвестными коэффициентами:

$$D_m(\tau) = \sum_{k=0}^m d_k \varphi_k(\tau) \quad (37)$$

$$\text{где: } d_k = \frac{\sum_{i=1}^m d(\tau_i) \varphi_k(\tau_i)}{\sum_{i=1}^m \varphi_k(\tau_i)},$$

Упрощаем, суммируем и модифицируем:

$$\sum_{k=0}^m \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n k(\tau_i S_j) \varphi_i(\tau_i) \varphi_k(S_j) h_k \Delta S = d_i \sum_{i=1}^m \varphi_i^*(x_i), \quad (38)$$

Вводим обозначения, вида:

$$a_{lk} = \sum_{j=1}^n k(\tau_i S_j) \varphi_i(\tau_i) \varphi_k(S_j) \Delta S \quad \text{и}$$

$$b_l = \sum_{i=1}^n d(\tau_i) \varphi_k(\tau_i) \quad \text{при } k, l = \overline{0, m}, \quad (39)$$

получим систему более низкого порядка, вида:

$$\sum_{k=0}^n a_{lk} h_k, l = b_l; l = 0, 1, 2, \dots, m, m < n \quad (40)$$

Решая систему по методу Гаусса, находим коэффициенты  $h_k$ , неизвестной функции.

Порядок системы находим из оценки среднеквадратического отклонения:

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{R_k}{n-k-l}}; \quad ;$$

$$R_{k+1} = R_k - c_{k+1}^2 \sum_{i=1}^n \tau_i^{k+1} \varphi_{k+1}(\tau_i) \quad ;$$

$$R_0 = \sum_{i=1}^n d(\tau_i) - \frac{\left( \sum_{i=1}^n d(\tau_i) \right)^2}{n}, \quad (41)$$

$$c_k = \frac{\sum_{i=1}^n d(\tau_i) \varphi_k(\tau_i)}{\sum_{i=1}^n \varphi_k^2(\tau_i)}; k = 0, 1, \dots, m \quad (42)$$

Упростим полагая, что:  $\tau_i = i$  и квантование осуществляется по целочисленным точкам, вида:

$$\varphi_{i+1}(\tau) = \varphi_1(\tau) \varphi_i(\tau) - \frac{l^2(n^2 - l^2)}{4(4l^2 - 1)} \varphi_{l-1}(\tau) \quad \text{и}$$

$$\varphi_0(\tau) = 1, \varphi_2(\tau) = \tau - \frac{n+1}{2}, l = 2, \dots, m \quad (43)$$

Итак, формулы применимы в случае не равноотстоящих точек квантования с определенным выбором шага и при наблюдениях с различными весами. При наличии  $d(\tau_i)$  с весами  $\Theta_i$ , тогда:

$$c_k = \left( \sum_{i=1}^n \Theta_i d(\tau_i) \tau_i^k - c_0 \sum_{i=1}^n \tau_i^k - c_1 \sum_{i=1}^n \tau_i^k \varphi_1(\tau_i) - \dots - c_{k-1} \sum_{i=1}^n \tau_i^k \varphi_{k-1}(\tau_i) \right) / \sum_{i=1}^n \tau_i^k \varphi_k(\tau_i),$$

(44)

$$c_0 = \left( \sum_{i=1}^n \Theta_i d(\tau_i) \right) / \sum_{i=1}^n \Theta_i, k = 1, \dots, m \quad (45)$$

Следует отметить, что если интервал  $T$  симметричен относительно начала координат, формулы упрощаются. Для решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода, полученного для спектральной плотности, разложим  $S_x(\omega)$ , в конечный ряд Фурье-Чебышева по некоторой ортонормированной полной системе полиномов [3], вида:

$$S_x(\omega) = \nu(\omega) \sum_{k=0}^m S_k \Psi_k(\omega) \quad (46)$$

где:  $\nu(\omega)$  - некоторая неизвестная весовая функция, учитывающая свойства спектральной плотности  $S_x(\omega)$ , при условии:

$$\nu(\omega) \geq 0, \nu(\omega) = \nu(-\omega) \quad (47)$$

Далее разложим правую часть интегрального уравнения в виде корреляционной функции по системе полиномов с известными коэффициентами Фурье:

$$\hat{R}_x(\tau) = \mu(\tau) \sum_{i=0}^{m_l} r_i \psi_i(\tau) \quad (48)$$

где:  $\mu(\tau)$  - весовая функция для  $R_x(\tau)$ ,

$$R_x(\tau) = \mu(\tau) > 0, \mu(-\tau) = \mu(\tau).$$

При этом:

$$r_i = \sum_{j=1}^N \mu^{-1}(\tau_j) \hat{R}_x(\tau_j) \Psi_l(\tau_j), l = \overline{0, m_1}$$

(49)

где:  $\{\Psi_k(\tau)\}$  - полная система ортонормированных дискретных полиномов, вида:

$$\sum_{i=1}^N \psi_k(t_i) \Psi_j(t_i) = \delta_{kl}, \quad (50)$$

Выбор весовых функций  $\nu(\omega)$ ,  $\mu(\tau)$ , отбирается при анализе свойств статистических характеристик процесса по априорной информации, тогда:

$$\sum_{k=0}^m a_{kp} S_k = r_p, p = \overline{0, m_1} \quad (51)$$

где:

$$a_{kp} = \sum_{j=1}^N \mu^{-1}(\tau_j) \Psi_l(\tau_j) \cdot \int_{-\pi}^{\pi} \nu(\omega) \cos \omega \tau_j \Psi_k(\omega) d\omega$$

Итак, для оценки спектральной плотности  $S_x(\omega)$

по заданной корреляционной функции  $R_x(\tau)$  достаточно решить систему линейных алгебраических уравнений невысокого порядка [4].

3. Оценка точности и скорости сходимости метода.

Обозначая через  $r_m(\omega, S_x)$  и  $r_{m_1}(\tau, R_x)$ , остатки разложения неизвестной функции  $S_x(\omega)$  и правой части  $R_x(\tau)$ , систему представим, как:

$$\sum_{k=0}^m a_{ik} S_k + R_{1l} = r_i + R_{2l}, l = \overline{0, m_1} \quad (52)$$

где:

$$R_{1l} = \sum_{j=1}^N \mu^{-1}(\tau_j) \Psi_l(\tau_j) \cdot \int_{-\pi}^{\pi} \cos \omega \tau_j r_m(\omega, S_x) d\omega$$

$$R_{2l} = \sum_{j=1}^N \psi_l(\tau_j) r_m(\tau_j, R_x)$$

Используя, некоторые квадратурные формулы для определения коэффициентов  $\{a_{lk}\}$  и произведя модификацию процесса преобразования, получим уравнение в матричной форме, вида [5]:

$$(A + R)C + R_1 = D + R_0 \quad (53)$$

где:  $A$  и  $R$  - матрицы размерности  $(m_1 + 1) \times (m + 1)$ , с элементами:

$$\tilde{a}_{lk} = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^n \Delta_i \nu(\omega_i) \mu^{-1}(\tau_j) \cos \omega_i \tau_j \Psi_k(\omega_i) \Psi_l(\tau_j)$$

$$\text{и } R_{lk} = \sum_{j=1}^N \psi_l(\tau_j) r_k(\tau_j) \quad (54)$$

где:  $r_k(\tau)$  - остаточный член в узлах- квадратурах,  $c$  - вектор-столбец размерности  $(m + 1) \times 1$  с элементами  $\{S_k\}$ ,

$R_1, R_2, D$  - векторы -столбцы размерности  $(m_1 + 1) \times 1$  с элементами  $\{R_{1l}\}, \{R_{2l}\}, \{r_l\}$ .

Итак, необходимо решить систему алгебраических уравнений, вида:  $AC_0 = D$ , где:  $C_0$  - приближенное решение исходящее из предыдущего без внимания на остатки  $R, R_1, R_2$ .

Примем оценку выражения приближения, найденного через полиномы:

$$\max_{\omega} |r_m(\omega, S_x)| \leq (1 + \sqrt{N}(m + 1)) E_m(S_x) \quad (55)$$

где:  $E_m(S_x) = \max_{\omega} |S_x(\omega) - P_m(\omega)|$ ,

$P_m(\omega)$  - полиномы наилучшего равномерного приближения системы, вида:

$$|R_{1l}| \leq \beta_1 \max_{\omega} |r_m(\omega, S_x)| = \beta_1 (1 + \sqrt{N}(m + 1)) \times |R_{2l}| \leq \beta_2 (1 + \sqrt{N}(m + 1)) E_{m_1}(R_x)$$

(56)

где:  $\beta_1, \beta_2$  - некоторые постоянные величины.

#### 4. Вычислительный аспект метода

Полученный алгоритм решения задачи линейного прогнозирования стохастического процесса и его реализация системно и логически структурированы:

а. Задание одной из реализаций стохастического процесса:

$$\{x(t), t = 0, 1, \dots, T - 1\} \quad (57)$$

б. Определение или задание оценки корреляционной функции в виде:

$$\hat{R}_x^T(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T-1-|\tau|} x(t)x(t+|\tau|), |\tau| \leq T - 1$$

(58)

в. Примем задание соответствующих весовых функций  $\nu(\omega), \mu(\tau)$ , попадающих в классические "окна".

г. Определение  $\{r_p\}, \{a_{kp}\}, k, p = \overline{0, m}$  Б находится по формулам, причем для  $\{a_{kp}\}$ , применим БПФ.

д. Решение системы уравнений для определения оценки спектральной плотности  $\hat{S}_x(\omega)$  по коэффициентам  $\{S_k\}$ , вида:

$$S_x(\omega) = \nu(\omega) \sum_{k=0}^m S_k \Psi_k(\omega)$$

(59)

е. Определение коэффициентов  $\hat{\alpha}_k$ , по формуле путем подстановки вместо  $S_x(\omega)$ , ее оценки, при условии  $k = 0, 1, 2, \dots, N_0 - 1$ , как усечение ряда Фурье при  $\ln S_x(\omega)$  удовлетворяет условиям Дирихле и при  $N_0 \rightarrow \infty; \hat{\alpha}_k \rightarrow \alpha_k$ .

ж. Вычисление составляющей спектральной факторизации  $B(\omega)$ , находим по формуле:

$$\hat{B}(\omega) = \exp \left[ \sum_{k=1}^{N_0} \hat{\alpha}_k \exp(ik\omega) \right] \quad (60)$$

з. Определение оценок коэффициентов  $\{a(k)\}, \{b(j)\}$ , с помощью БПФ по формулам, где,  $\hat{A}(\omega) = \hat{B}^{-1}(\omega)$ .

и. Построение прогнозирующей линейной функции  $\hat{x}(t, l), l = 0, 1, \dots, L$ .

к. Определяем дисперсию ошибки прогноза  $l(l)$ , тогда по формуле, с учетом того, что при вычислении величин [6]  $B(\omega), \hat{A}(\omega), \hat{\alpha}_k, \hat{b}(j), \hat{a}(k)$  в качестве  $\omega$ , примем :

$$\omega_q = \frac{2\pi}{N_1} q - \pi, q = 0, 1, \dots, N_1 - 1, \tau_j = j \quad (61)$$

тогда в формулах:

$$a_k = \frac{2\pi}{N_1} \sum_{j=1}^N (-1)^j \mu^{-1}(j) \Psi_p(j) \times \sum_{q=1}^{N-1} v(\omega_q) \Psi_k(\omega_q) \exp\left(i \frac{2\pi q}{N_1}\right) \quad (62)$$

$$\hat{a}_k = \frac{(-1)^{N_1-1}}{N_1} \sum_{q=1}^{N_1-1} \ln \hat{S}_x(\omega_q) \exp\left(i \frac{2\pi q}{N_1} \cdot k\right); k = 0, 1, 2, \dots, N_0 - 1, \quad (63)$$

$$B(\omega_q) = \exp \left[ \sum_{k=1}^{N_1-1} (-1)^k \hat{a}_k \exp\left(-i \frac{2\pi k}{N_1} \cdot q\right) - \hat{\alpha}_0 \right] \quad (64)$$

тогда, при  $N_0 = N_1, q = 0, N_1 - 1;$

$\hat{A}(\omega_q) = \hat{B}^{-1}(\omega_q)$ , а выражение:

$$\hat{a}_k = \frac{(-1)^k}{N_1} \sum_{q=1}^{N_1-1} A(\omega_q) \exp\left(i \frac{2\pi k}{N_1} \cdot q\right); k = 0, 1, 2, \dots, n_i \quad (65)$$

получили обобщающий алгоритм применимости БПФ.

#### Формирование стохастического мышления у судоводителей

Несмотря на широкое внедрение систем искусственного интеллекта, обеспечивающего возможность стабильной работы на мостике и низкую вероятность сбоя из-за психологических факторов и позволяющим снизить уровень человеческой ошибки,

решающую роль, всё-таки, играет человеческий фактор.

Выше отмечалось, что при управлении современным судном при движении на курсе и условии насыщенного приборами интегрированного мостика, судоводитель не всегда уделяет должное внимание анализу сложной навигационной обстановки, что, в свою очередь, приводит к проблематичному прохождению маршрута. Именно этим фактом обусловлена необходимость подготовки судоводителя, обладающего стохастическим мышлением. В образовательных стандартах нового поколения указаны компетенции, в которых отражена необходимость подхода к изучению процессов и явлений современного технического мира с позиций дискретности и стохастичности. В этой связи, актуальность формирования у будущего судоводителя стохастического мышления, которое должно основываться как на интуитивном, так и на логическом мышлении, позволяющим отказаться уже на начальном этапе решения проблемной задачи от заведомо ложных вариантов развития процесса или явления, приобретает особое значение.

Широкое внедрение в образовательный процесс комплекса специальных упражнений, задач и кейсов стохастического характера позволяет формировать и развивать стохастическое мышление специалиста. Такие задачи должны отражать не только строго определенные, классические научные подходы и теории, но и те, которые отражают многомерность научного познания. Регулярное выполнение задач на тренажерах, в том числе, условиях иммерсивности позволяет повысить продуктивность и стохастического моделирования любого процесса, и прогнозирования профессиональных ситуаций, повышая таким образом уровень стохастического мышления специалиста, которое в дальнейшем будет способствовать выстраиванию его собственной субъектной позиции, с учётом случайных зависимостей, величин и вероятностной оценки сопутствующих событий, влияющих на проблемную ситуацию.

Стохастическое мышление, умение строить научно-обоснованные прогнозы не появляются сами по себе. Это, скорее результат процесса накопления академических знаний, интуитивного и профессионального опыта. В условиях обучения специальности, повышения квалификации или профессиональной переподготовки работа на тренажерах, выполнение большого количества специально разработанных задач, изучение различного рода случайных явлений, техногенных катастроф и прочее, помогает не только правильно осознать вероятностную природу окружающей действительности и ориентироваться в ней, но и активно действовать в любой, в том числе, в экстремальной ситуации. Судоводители (как будущие, так и действующие) постепенно приобретают или совершенствуют навыки обобщений, умение в большом количестве данных видеть закономерности с целью использовать их в отдельном случае. Стохастическое мышление, кроме вышеуказанного, позволяет с достаточно высокой степенью вероятности понимать и прогнозировать развитие профессиональных ситуаций, так как опирается, прежде всего, на накопленный опыт, знания и интуицию. В условиях современного потока информации, большого количества вводных данных, постоянно поступающих на пункт управления (в нашем случае, это

мостик), судоводитель должен принять единственно правильное решение, понимая, что есть множество других, но приемлемых решений.

Формирование стохастического мышления у будущих судоводителей и его развитие у уже действующих, требует более тесного междисциплинарного взаимодействия педагогов и инструкторов, задействованных в образовательном процессе. Междисциплинарный подход, по своей сути являющийся основой стохастики, позволяет рассматривать задачи, которые в достаточной мере соответствуют целям изучения вероятностных моделей и даст возможность создать более благоприятные условия для развития у обучаемого стохастического мышления. Регулярное обращение к стохастической теории будет способствовать формированию у обучаемого навыков решения сложных задач, возникающих

при оценке вероятностей случайных явлений, требующих прогностических выводов.

### **Заключение**

Таким образом, локальные математические задачи в общей системе работы судового вычислителя позволяют судоводителю корректировать решения по оптимизации движения судна на курсе в поле общей зоны безопасности [7]. В представленном исследовании предложен алгоритм помощи в принятии решения судоводителем на основе алгоритма БПФ, что позволит решать задачу прогноза в реальном масштабе времени, и применяться для корреляции функции. в судовом вычислителе при определенном подборе базовых программ. Корреляция внешних воздействий происходит автоматически.

### **Литература**

1. Семененко М.П., Рамазанов С.К. Идентификация и оценка параметров в сложных динамических системах. Наука, 2017, 238 с.
2. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. М.: Мир, 2011, 406 с.
3. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. М.: Мир, 2009. 755 с.
4. Лицкевич А.П., Старжинская Н.В., Попов В.В. Математические методы в электродинамике. Новороссийск: МГА им. адм. Ф.Ф.Ушакова, 2009, 60 с.
5. Аблязов К.А., Катрюк И.С., Попов В.В. Основы теории надежности и диагностики: учебное пособие/ К.А.Аблязов, И.С. Катрюк, В.В. Попов. Новороссийск. МГА им. адм. Ф.Ф.Ушакова, 2008, 212 с.
6. Демьянов В.В., Попов В.В. Научное осмысление опыта создания информационной сети ГМССБ на юге России. Новороссийск (ГМУ-У)-Ростов-на Дону (РАТ), 1999, 624 с.
7. Bertelle V., Brioshi F. Nonserial dynamic programming. N.Y.: Academy press, 2019, 235 p.

### **References**

1. Semenenko M.P., Ramazanov S.K. Identifikaciya i ocenka parametrov v slozhnyh dinamicheskikh sistemah. Nauka, 2017, 238 s.
2. Boks Dzh., Dzhenkins G. Analiz vremennyh ryadov. Prognoz i upravlenie. M.: Mir, 2011, 406 s.
3. Anderson T. Statisticheskij analiz vremennyh ryadov. M.: Mir, 2009. 755 s.
4. Lickevich A.P., Starzhinskaya N.V., Popov V.V. Matematicheskie metody v elektrodinamike. Novorossiysk: MGA im. adm. F.F.Ushakova, 2009, 60 s.
5. Ablyazov K.A., Katryuk I.S., Popov V.V. Osnovy teorii nadezhnosti i diagnostiki: uchebnoe posobie/ K.A.Ablyazov, I.S. Katryuk, V.V. Popov. Novorossiysk. MGA im. adm. F.F.Ushakova, 2008, 212 s.
6. Dem'yanov V.V., Popov V.V. Nauchnoe osmyslenie opyta sozdaniya informacionnoj seti GMSSB na yuge Rossii. Novorossiysk(GMU-U) Rostov na Donu (RAT), 1999, 624 s.
7. Bertelle V., Brioshi F. Nonserial dynamic programming. N.Y.: Academy press, 2019, 235 p.

### **ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**



**Анатолий Николаевич Попов**, кандидат технических наук, доцент, Начальник факультета эксплуатации водного транспорта и судовождения. Государственный морской университет имени адмирала Ф.Ф.Ушакова, 353918, Новороссийск, пр. Ленина, 93, e-mail: [an.popov@gmail.com](mailto:an.popov@gmail.com)

**Андрей Петрович Троеглазов**, к.т.н., преподаватель кафедры «Судовождения», докторант кафедры «Судовождения», Государственного морского университета им. адм. Ф.Ф. Ушакова, 359960, ул. Ленина, 59, [troeglazoff@yandex.ru](mailto:troeglazoff@yandex.ru)

**Виктор Вениаминович Попов**, д.т.н., профессор, профессор кафедры «Судовождения», Государственного морского университета им. адм. Ф.Ф. Ушакова, 359960, ул.Ленина, 59, t-mail: [061202@rambler.ru](mailto:061202@rambler.ru)

**Макашина Ирина Илхамовна**, доктор педагогических наук, доцент, профессор кафедры иностранных языков, начальник центра дистанционной профессиональной переподготовки. Государственный морской университет имени адмирала Ф.Ф.Ушакова, 353918, Новороссийск, пр. Ленина, 93, e-mail: [irmak@inbox.ru](mailto:irmak@inbox.ru)

**Anatoliy N. Popov** PhD. (Eng), Assistant professor, the Head of the Water Transport Operation and Navigation Faculty of Admiral Ushakov Maritime State University. 353918, Novorossiysk, Lenin prospect, 93, e-mail: [an.popov@gmail.com](mailto:an.popov@gmail.com)

**Andrey P. Troeglazov**, PhD. (Eng), lecturer of the Department of "Navigation", doctoral student of the Navigation Faculty of Admiral Ushakov Maritime State University, 59 Lenin St., 359960, [troeglazoff@yandex.ru](mailto:troeglazoff@yandex.ru)

**Viktor V. Popov** Dr. Sci.(Eng.), Professor, Professor of the Navigation Faculty of Admiral Ushakov Maritime State University, 59 Lenin St., 359960, t-mail: [061202@rambler.ru](mailto:061202@rambler.ru)

**Irina I. Makashina**, Dr. Sci. (Edu), Assistant professor, Professor of the English Department and the Head of the Distance professional retraining center at Admiral Ushakov Maritime State University, Novorossiysk, Russia. 353918, Novorossiysk, Lenin prospect, 93, e-mail: [irmak@inbox.ru](mailto:irmak@inbox.ru)