

учебное пособие для обучения курсантов (студентов) на факультетах военного обучения (военно-морских кафедрах) гражданских вузов / В.Н. Шорохов, М.Ю. Осокин, Е.В. Хекерт; Федеральное гос. образовательное учреждение высш. проф. образования "Морская гос. акад. им. Ф. Ф. Ушакова". – Новороссийск, 2010.

5. Кондратьев С.И., Печников А.Н., Хекерт Е.В. Эргономический подход к оцениванию деятельности судовых специалистов: суть проблемы и подход к ее решению // Морские интеллектуальные технологии. – 2018. – № 4-4 (42). – С. 166-174.
6. Петросьян А.В., Хекерт Е.В. Улучшение безопасности мореплавания в районах действия систем управления движением судов. Вестник государственного морского университета им. адмирала Ф.Ф. Ушакова. – 2016. – № 2 (15). – С. 22-24.
7. Астреин В.В., Кондратьев С.И., Боран-Кешишьян А.Л. Задача самоорганизации групп судов для предупреждения столкновений // Эксплуатация морского транспорта. – 2016. – № 1 (78). – С. 32-38.

References

1. Krickij O.L. Teorijaverojatnostejimatematicheskajastatistikadljatehnikeskikhuniversitetov. I. Teorijaverojatnostej: uchebnoeposobie / O.L. Krickij, A.A. Mihaľchuk, A.Ju. Trifonov, M.L. Shinkeev; Tomskijpolitehnikeskijuniversitet. – Tomsk: Izd-

voTomskogopolitehnikeskogouniversiteta, 2010. – 212 s.

2. Shashkov V.B. Prikladnoj regressionnyj analiz. Mnogofaktornaja regressija: Uchebnoeposobie.- Orenburg: GOU VPO OGU, 2003. – 363 s.
3. Kremer N.Sh. Teorija verojatnostej i matematicheskaja statistika. 3-e izd., pererab. i dop. – M.: 2010 – 551s.
4. Shorohov V.N., Osokin M.YU., Hekert E.V. Organizaciya sbora i rasprostraneniya gidrometeorologicheskoy informacii. Uchebnoeposobie dlya obucheniya kursantov (studentov) na fakul'tetah voennogo obucheniya (voenno-morskih kafedrah) grazhdanskih vuzov / V.N. Shorohov, M.YU. Osokin, E.V.Hekert; Federal'noe gos. obrazovatel'noe uchrezhdenie vyssh. prof. obrazovaniya "Morskaya gos. akad. im. F. F. Ushakova". Novorossijsk, 2010.
5. Kondrat'ev S.I., Pechnikov A.N., Hekert E.V. Ergonomicheskij podhod k ocenivaniyu deya-tel'nosti sudovyh specialistov: sut' proble-my i podhod k ee resheniyu/Morskie intellek-tual'nye tekhnologii. 2018. № 4-4 (42). S. 166-174.
6. Petros'yan A.V., Hekert E.V. Uluchshenie bezopasnosti moreplavaniya v rajonah dejstviya sistem upravleniya dvizheniem sudov.Vestnik gosudarstvennogo morskogo universiteta im. admirala F.F. Ushakova. 2016. № 2 (15). S. 22-24.
7. Astrein V.V., Kondrat'ev S.I., Boran-Keshish'yan A.L. Zadacha samoorganizacii grupp sudov dlya preduprezhdeniya stolknove-nij/Ekspluataciya morskogo transporta. 2016. № 1 (78). S. 32-38.

УДК 656.61

DOI: 10.34046/aumsuomt91/14

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ МЕТОДОВ АНАЛИЗА ОПТИЧЕСКОГО ПОТОКА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СМЕЩЕНИЯ КОРПУСА СУДНА У ПРИЧАЛЬНОГО СООРУЖЕНИЯ

В.В. Тульчинский, аспирант

В статье рассмотрены математические основы корреляционных методов анализа оптического потока для определения параметров смещения и положения корпуса судна в текущий момент времени при стоянке у причального сооружения. Проанализирована возможность применения элементов машинного или компьютерного зрения в целях решения задачи обеспечения безопасности транспортных процессов на морском транспорте. Определен выбор фазовой корреляции цифровых изображений как основы для точных измерений автоматическим оптическим измерителем параметров смещения корпуса судна.

Ключевые слова: машинное зрение, причальное сооружение, положение корпуса судна, автоматический оптический измеритель, корреляция цифровых изображений, фазовая корреляция.

The article describes the mathematical basis of correlation methods of analysis of optical flow to determine the parameters of hull's shifts and its position at the current moment while moored at the berth. The possibility to use elements of machine or computer vision in order to increase the safety of maritime transport processes was analyzed. The choice of phase correlation for digital images analysis acts as a basis for accurate measurements by an automatic optical measurement system.

Keywords: machine vision, berth structure, vessel's hull position, automatic optical measurement system, correlation of digital images, phase correlation.

Задача автоматического определения параметров смещения корпуса судна относительно причального сооружения может быть решена с

помощью машинного зрения и, в частности, автоматического оптического измерителя, то есть цифровой камеры. В настоящее время можно

найти несколько подходов к решению данной задачи. Однако наиболее перспективным и современным подходом можно считать корреляционные методы анализа оптического потока. Сама

задача определения параметров смещения корпуса судна у причального сооружения проиллюстрирована на *Рисунке 1*.

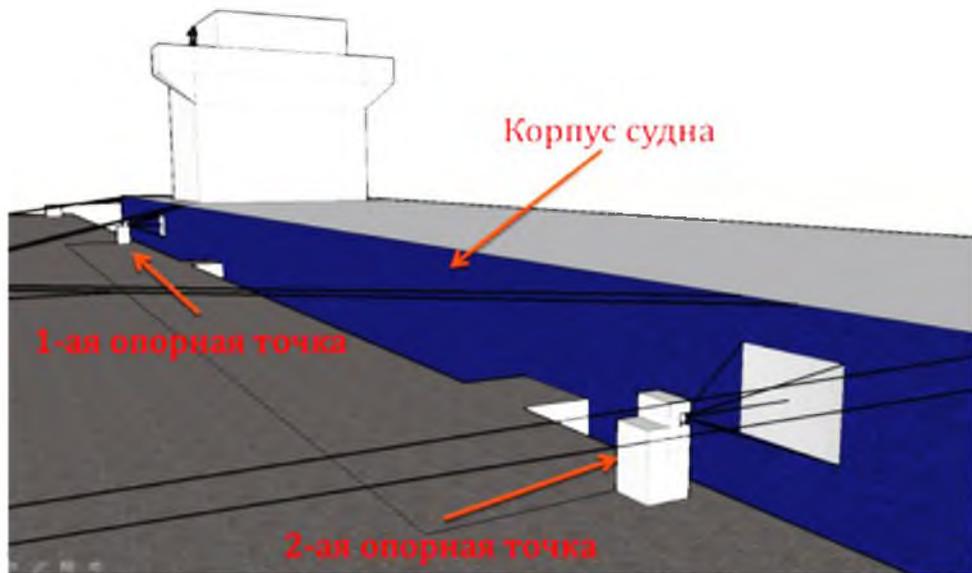


Рисунок 1 – Иллюстрация задачи определения смещения корпуса судна

Существуют случаи, когда характер задачи, стоящей перед измерением, требует не определения перемещения каких-либо определенных объектов на последовательном оптическом потоке кадров, а когда необходимо определить либо перемещение самой камеры относительно меняющейся картинке в целом, либо при условии неподвижности камеры необходимо вычислить перемещение всего изображения. Для программно-аппаратного комплекса распознавания продольного смещения судна относительно причала наиболее подходит как раз последний случай. Ведь неподвижная камера, жестко закрепленная и направленная под прямым углом к корпусу судна, по замыслу захватывает в объектив только часть корпуса и ничего больше – то есть фактически все точки изображения имеют один и тот же сдвиг в единицу времени (изображение смещается целиком). Таким образом целесообразней применять не более популярные методы дифференциальной оценки оптического потока, а корреляционные методы, в частности, метод фазовой корреляции цифровых изображений [3].

Корреляция цифровых изображений

Корреляция цифровых изображений (англ. Digital Image Correlation and Tracking, (DIC/DDIT)) оптический метод, используемый в техниках отслеживания и идентификации изображения для точных плоских и объемных измерений изменений на изображении. Этот метод часто используется не только для измерения деформаций, полей перемещений и оптических

потоков, но и широко используется во многих областях науки и инженерного ремесла, например для измерения перемещений и скорости в оптическом потоке. Одно из наиболее широко известных применений данного метода — идентификация перемещений оптической мышки. По этому принципу работают и корреляционные лаги.

Обычно, DIC основывается на максимизации коэффициента корреляции, который определяется интенсивностью массива рассматриваемых пикселей на 2-ух и более соответствующих изображениях и извлечением функции проекции деформаций на эти связанные изображения. Однако, существуют другие методы не связанные напрямую с анализом коэффициента корреляции, методы фазовой корреляции. Для нахождения максимума коэффициента корреляции могут быть использованы итеративные методы с использованием нелинейных оптимизационных техник. Как правило, нелинейные оптимизационные техники более просты, но достаточно время затратны, и эта проблема иногда может быть решена с помощью использования более быстрых и более устойчивых линейных оптимизаций в фазовом пространстве.

Коэффициент взаимной корреляции может быть вычислен следующим образом:

$$r_{ij} \left(u, v, \frac{du}{dx}, \frac{du}{dy}, \frac{dv}{dx}, \frac{dv}{dy} \right) = 1 - \frac{\sum_i \sum_j [F(x_i, y_j) - \bar{F}][G(x_i^*, y_j^*) - \bar{G}]}{\sqrt{\sum_i \sum_j [F(x_i, y_j) - \bar{F}]^2 \sum_i \sum_j [G(x_i^*, y_j^*) - \bar{G}]^2}} \quad (1)$$

где $F(x_i, y_j)$ – интенсивность пиксела в точке (x_i, y_j) по серой шкале на недеформированном изображении, $G(x_i, y_j)$ – интенсивность пиксела в точке (x_i, y_j) по серой шкале на деформированном изображении, и \bar{F}, \bar{G} – средние значения матриц интенсивности F и G , соответственно.

Координаты или точки сетки (x_i, y_j) и (x_i^*, y_j^*) связаны деформацией, которая произошла между 2-мя изображениями. Если движение перпендикулярно оптической оси камеры (как в нашем случае при распознавании продольного смещения судна у причала, то соотношение между (x_i, y_j) и (x_i^*, y_j^*) может быть аппроксимировано при помощи двумерных аффинных преобразований:

$$x^* = x + u = \frac{du}{dx} \Delta x + \frac{du}{dy} \Delta y \quad (2)$$

$$y^* = y + v = \frac{dv}{dx} \Delta x + \frac{dv}{dy} \Delta y \quad (3)$$

где u и v – поступательное движение центра прообраза по осям X и Y соответственно.

Расстояние от центра прообраза до точки (x, y) обозначено x^* и y^* . Таким образом, коэффициент корреляции r_{ij} есть функция от компонент перемещений (u, v) и градиента перемещений $\frac{du}{dx}, \frac{du}{dy}, \frac{dv}{dx}, \frac{dv}{dy}$.

Фазовая корреляция цифровых изображений

Фазовая корреляция – это подход, признанный определить относительный сдвиг между двумя приблизительно схожими изображениями (корреляция цифровых изображений) или получение некоторых других наборов данных. Он обычно используется в регистрации изображений и опирается на анализ частотно-фазовых областей изображения, вычисляется с помощью преобразований Фурье. Термин обычно применяется к подмножеству кросс-корреляционных техник, которые выделяют именно фазовую информацию из представленного пространства Фурье (из кросс-коррелограм).

Другими словами, фазовая корреляция обеспечивает непосредственную оценку явных относительных сдвигов между двумя изображениями, которые основываются на хорошо известных свойствах сдвигов Фурье: сдвиг в пространственной области двух изображений приводит к линейной фазовой разнице в частотной области Преобразований Фурье (ПФ).

Далее приведен порядок вычисления фазовой корреляции между двумя кадрами, используемый в большинстве встроенных программных алгоритмов:

Пусть даны две двумерные функции $g(x, y)$ и $h(x, y)$, представляющие два изображения, отличающихся на небольшой относительный сдвиг a в горизонтальном и b в вертикальном направлении, и соответствующие им Преобразования Фурье выражены как $G(u, v)$ и $H(u, v)$. Таким образом:

$$H(u, v) = G(u, v)e^{-i(au+bv)} \quad (4)$$

Фазовая корреляция определяется как нормированный кросс спектр мощности между G и H , что является матрицей:

$$Q(u, v) = \frac{G(u, v)H(u, v)^*}{|G(u, v) H(u, v)^*|} = e^{-i(au+bv)} \quad (5)$$

Если $G(u, v)$ and $H(u, v)$ – непрерывные функции, тогда Обратное Преобразование Фурье (ОПФ) функции $Q(u, v)$ есть дельта функция. Максимум (пик) функции и определяет целочисленную величину сдвига между парой изображений.

Таким образом, метод фазовой корреляции в программной среде сводится к следующему алгоритму:

1) Оба изображения (2 последовательных кадра из видеопотока) необходимо перевести в градации серого, так как для данного случая цвет никакой информации не несет, важна только яркость, то есть степень черно-белого.

2) К изображениям применяется так называемая Оконная Функция. Нужна она для того, чтобы снизить краевые эффекты на изображениях, то есть сосредоточить всю необходимую в изображении для дальнейших действий информацию ближе к центру изображения. Возможно применение различных оконных функций. Все они имеют свои особенные характеристики. Выделяют такие, как: Оконная Функция Гаусса, Блекмена, Хемминга, Барлета, Ханна и другие. Ниже на *Рисунке 2* представлено в общем случае графическое представление окна Ханна и его нормированного спектра.

3) Выполняется двумерное прямое дискретное преобразование Фурье (ДПФ) для обоих изображений (массивов данных):

$$G_i = \mathcal{F}\{matim_1\}, G_j = \mathcal{F}\{matim_2\} \quad (6)$$

где \mathcal{F} это прямое ДПФ, $matim_1, matim_2$ – массивы данных изображений.

В качестве примера на *Рисунке 3* приведены примеры двух изображений, смещенных друг относительно друга и их соответствующие Фурье – образы.

Изображения и их образы были получены с помощью приложения 2D-Fourier для AppleIOS. Как видно из сопоставления изображений – изменения на реальных изображениях дают соответствующие изменения и на их образах.

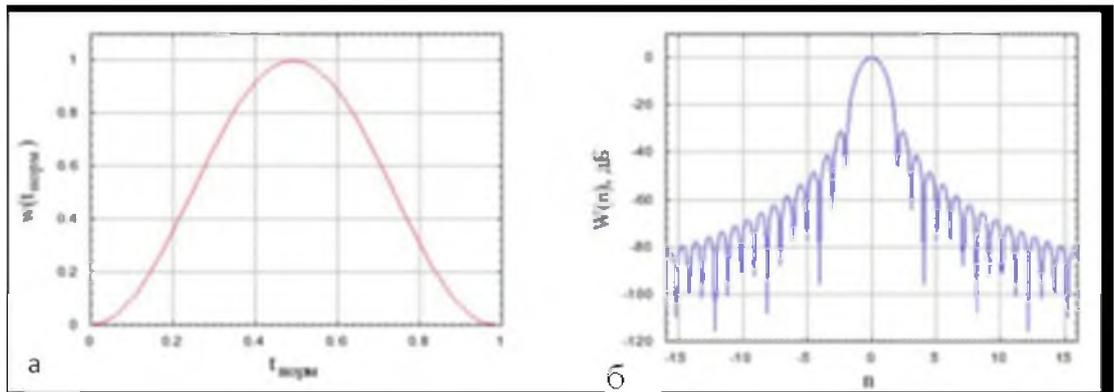


Рисунок 2: а – Окно Ханна; б – нормированный спектр Окна Ханна

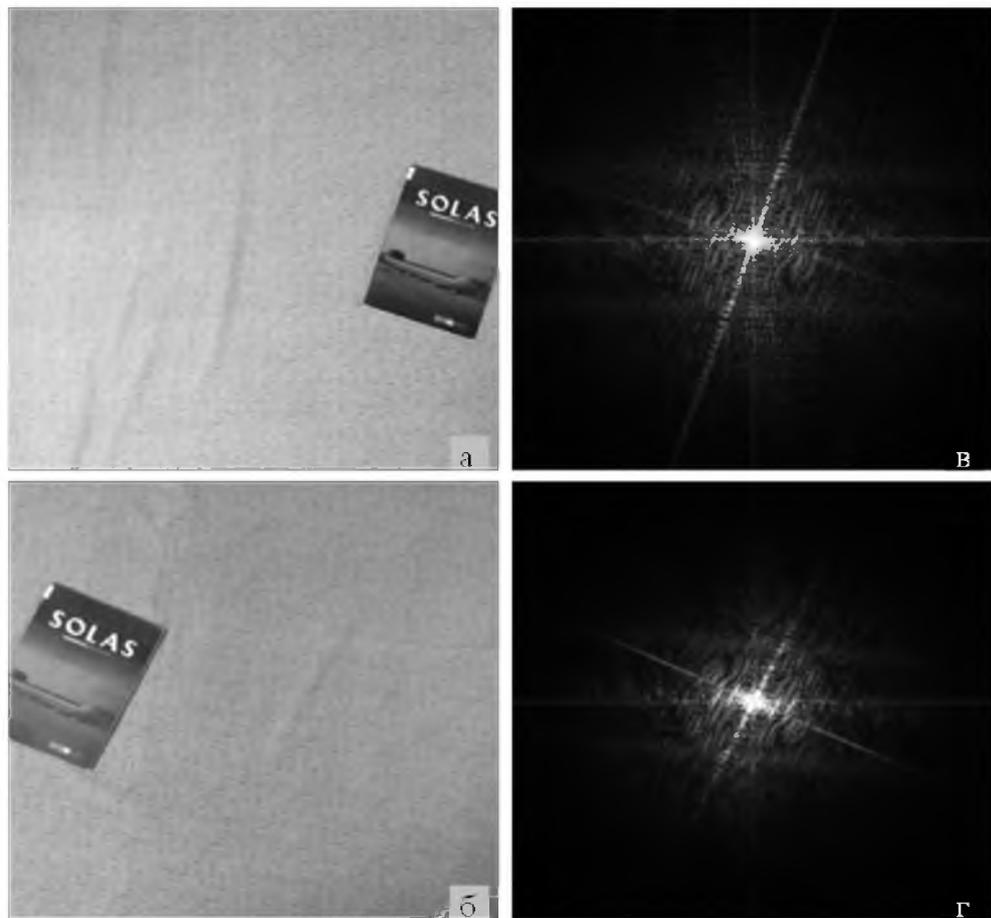


Рисунок 3 – а - Первое изображение, в - Фурье образ первого изображения, б - второе изображение, г - Фурье образ второго изображения

4) Рассчитывается спектр взаимной мощности каждого массива частотного пространства:

$$R = \frac{G_i \cdot G_j^*}{|G_i \cdot G_j^*|} \quad (7)$$

5) Вычисляется обратное дискретное преобразование Фурье (ДПФ). Получается нормализованная кросс-корреляция, конвертированная обратно во временное пространство:

$$r = \mathcal{F}^{-1}\{R\} \quad (8)$$

6) В конечном итоге, находится расположения пика, и для того, чтобы достичь субпиксельной точности применяются методы субпик-

сельной интерполяции. Таких методов в технической литературе немало, но библиотека компьютерного зрения OpenCV использует метод центраида, который вычисляет средневзвешенный центроид размером 5x5 для достижения субпиксельной точности. Смещение кадров получаем как:

$$(\Delta x, \Delta y) = \operatorname{argmax}_{(x,y)}\{r\} \quad (9)$$

Теперь приведем более подробное математическое обоснование фазовой корреляции изображений:

Дальнейшие математические выкладки тесно связаны с понятием комплексного числа. Комплексное число – это выражение вида:

$$z = a + bi \quad (10)$$

где a и b – действительные числа, а i – мнимая единица, символ, квадратный корень которого равен -1 , то есть $i^2 = -1$. Число a называется

действительной частью, а число b – мнимой частью комплексного числа.

Чаще обращаются к комплексной плоскости (описание каких-либо процессов или функций). Она представляет собой графическое изображение комплексного числа (Рисунок 4).

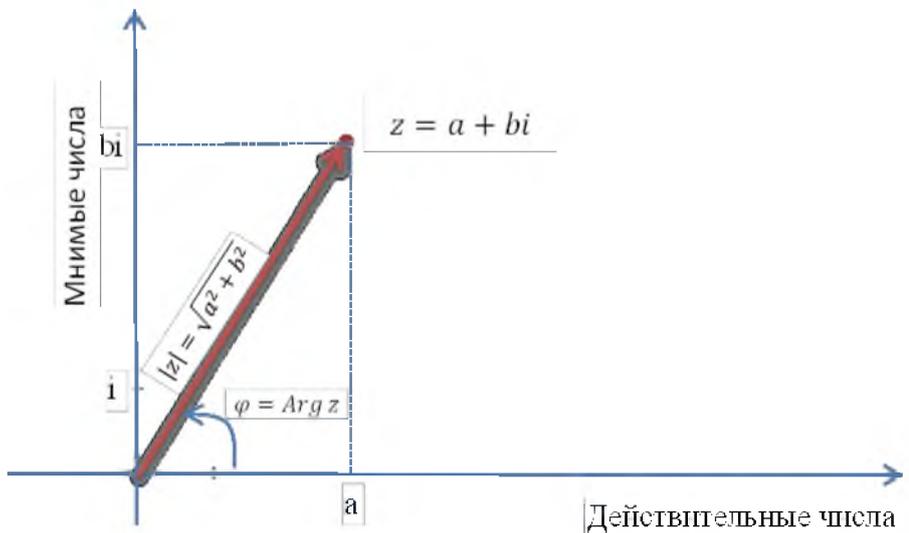


Рисунок 4 – Комплексная плоскость

Вычисляют модуль комплексного числа:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (11)$$

И аргумент комплексного числа – угол, измеряемый в радианах, радиус вектора точки, которая соответствует комплексному числу на комплексной плоскости:

$$Arg z = \varphi + 2\pi n, \quad n \in Z \quad (12)$$

$$\varphi = \arctg \frac{b}{a}, \quad -\pi < \varphi < \pi$$

π (частный случай) (13)

Данный аргумент комплексного числа удобен для описания различных гармонических законов (например, как простых, так и сложных синусоид и косинусоид). Поэтому переходят к выражению:

$$z = |z| * (\cos \varphi + i * \sin \varphi) \quad (14)$$

Используя Формулу Муавра:

$$\cos(n\varphi) + i * \sin(n\varphi) = (\cos \varphi + i * \sin \varphi)^n \quad (15)$$

Затем с помощью дифференцирования переходят к формуле Эйлера:

$$e^{-in\varphi} = \cos(n\varphi) + i * \sin(n\varphi) \quad (16)$$

Выше представленное выражение представляет собой определение комплексной экспоненты. Это показательная форма записи комплексного числа удобна для выражения гармонических функций:

$$z = |z| * e^{-i\varphi} \quad (17)$$

Итак, для анализа периодических сигналов существует мощный математический аппарат, именуемый «Фурье анализ». Любую функцию, удовлетворяющую определенным условиям (например условиям Дирихле), можно разложить в ряд Фурье. Это разложение позволяет разложить непрерывную функцию в ряд других непрерывных функций. Следующее выражение показывает пример разложения периодической функции с периодом 2π в ряд Фурье:

$$S(\varphi) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\varphi) + b_n \sin(n\varphi) \quad (18)$$

где коэффициенты:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\varphi) d\varphi, \\ a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\varphi) \cos(n\varphi) d\varphi, \\ b_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\varphi) \sin(n\varphi) d\varphi \end{aligned} \quad (19)$$

Как уже упоминалось в работе, каждый кадр изображения – есть некоторая функция. При фазовой корреляции изображений используются преобразования Фурье, которые, в отличие от рядов Фурье, позволяют разлагать непрерывную функцию не по дискретным частотам, а по непрерывным. Результат преобразования Фурье – есть спектр.

Спектр преобразования Фурье – в общем случае комплексная функция, описывающая комплексные амплитуды соответствующих гармоник. То есть значения спектра – это комплексные числа (Формула 11), чьи модули являются

амплитудами соответствующих частот (Формула 12), а аргументы, соответствующими начальными фазами (Формула 13).

Коэффициенты ряда Фурье являются значениями преобразований Фурье в дискретные моменты времени. (Формула 13)

Функция, описывающая изображение, не является бесконечной. А если нет бесконечной во времени функции, а есть лишь какая-то ее записанная дискретная во времени часть, то применяют Дискретное Преобразование Фурье (ДПФ). Чтобы представить изображение в виде такой дискретной функции, необходимо «вырезать» какую-то часть бесконечного сигнала, а всю остальную временную область свести к 0. Математически это означает, что бесконечная во времени функция $f(t)$ умножается на некоторую оконную функцию $\omega(t)$ (Рисунок 2), которая обращается в 0 везде, кроме интересующего интервала времени.

Изображение есть функция интенсивности от координат пикселя:

$$r = \{x; y\} \quad (20)$$

Эта функция дискретная (в пикселях – ячейках). Представим для наглядности, что изображение есть одномерный массив размером 1×10 пикселей (Рисунок 5 – а). Если принять, что число 5 – значение максимальной интенсивности в серых тонах, а 0 – отсутствие интенсивности, то данное изображение можно также представить в виде графика зависимости интенсивности пикселя от его номера и аппроксимировать некоторой функцией $F(x)$ (Рисунок 5 – б). С помощью преобразований Фурье данную функцию $F(x)$ можно перевести в частотную область, разложив этот сигнал $F(x)$ на более простые гармоники. (Рисунок 5 – г).

Аналогично Формуле 18, только в комплексной записи. Количество гармоник, на которые раскладывается сигнал $F(x)$, то есть количество частотных спектров, должно быть не меньше половины частоты дискретизации (теорема Котельникова или Найквиста). Значит, в частотной области (Рисунок 5 – в) данный одномерный массив будет представлен как 6 ячеек, где первая ячейка ($A_0; P_0$) – постоянная компонента, имеющая форму прямой, а не гармоники и являющаяся усредняющим значением массива по амплитуде A_0 . Ее начальная фаза P_0 всегда равна нулю, так как это прямая. Далее ячейка ($A_1; P_1$) уже несет в себе амплитуду A_1 «главной» частоты и ее начальную фазу P_1 . То есть это гармоника, совершающая 1 период за время исходного сигнала. Соответственно дальше ($A_2; P_2$) амплитуда

и фаза первой гармоники (2 периода за время сигнала) и так далее до ячейки ($A_5; P_5$). В этой ячейке A_5 – частота Найквиста, то есть по вышеупомянутой теореме, данного количества «разложений» в спектр будет достаточно, чтобы не потерять спектральную плотность исходного сигнала, и чтобы его потом было возможно без потерь вернуть обратно из частотной области в обычную.

В реальных задачах анализа оптического потока изображения двумерные. Таким образом, функция $F(x)$ будет аппроксимировать значения интенсивностей пикселей не в одном (Рисунок 5 – б), а в двух направлениях x и y . Соответственно после ДПФ эта функция будет представлена как сумма двумерных гармоник, каждая из которых характеризуется периодом по x и периодом по y . И образом Фурье будет опять двумерная функция, значения в которой – коэффициенты для этих соответствующих синусоид. Поэтому ее удобно также показывать, как изображение (Рисунок 3).

Чтобы понять, как выделяется амплитудно-фазовая информация из двумерного изображения, в качестве примера от простых изображений и их частотных представлений перейдем к более сложным (Рисунок 6).

На Рисунке 6 – а на простом изображении явно наблюдается повторяемость по оси x , причем частота равна 2. По оси y никакой повторяемости не наблюдается, она равна 0. В частотной области исходное изображение представляет собой 2 точки – амплитуды интенсивности, находящиеся в координатах, соответствующих их частотам в исходном изображении.

На Рисунке 6 – б по оси x частота равна 4, а по оси y частота равна 3.

На Рисунке 6 – в по оси x частота равна 0, а по оси y частота равна 3.

На Рисунке 6 – г все изображения a , b и v наложены друг на друга.

Соответственно накладываются и их частотные представления. Как видно из данного примера, чем сложнее изображение, тем труднее выделить гармонические составляющие сигнала, поэтому с помощью ДПФ и переходят к частотной области представления, на которой происходит дальнейший анализ изображения по его Фурье образу. Также на Рисунке 7 представлена связь фазы простейшего изображения с его обычным и частотным представлением. Второе изображение сдвинуто по фазе относительно первого на 180° . Однако в частотном представлении данный сдвиг визуально не наблюдается.

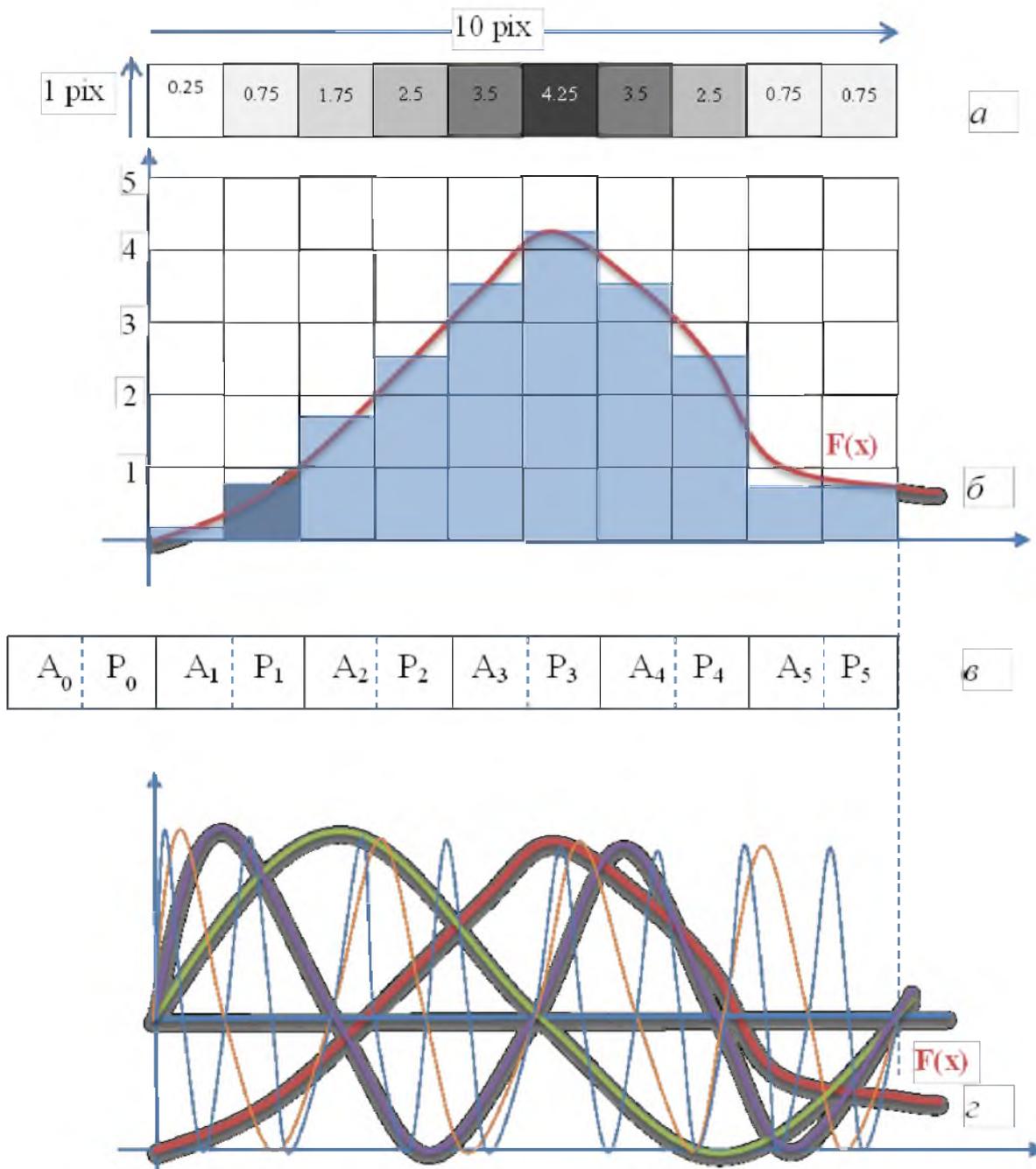


Рисунок 5 – Изображение как одномерный массив

Для вычисления самого сдвига между схожими изображениями применяется такое понятие, как кросс-корреляция. Кросс-корреляция является аналогом обычной свертки функций для дискретного случая. Свертка функций – это операция, которая возвращает «схожесть» первой функции с отраженной и сдвинутой копией другой. (при кросс-корреляции функция не отражается, а берется как есть). Свертка – это математическая операция над двумя функциями f и g , порождающая третью функцию, которая обычно рассматривается как модифицированная функция одной из первоначальных:

$$F(x) = f(x) \otimes g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)h(g - x)dx \quad (21)$$

Кросс-корреляция показывает выраженность одного сигнала в другом. Ее элементарный смысл представлен на *Рисунке 8*. В общем случае сама операция кросс-корреляции является последовательным перемножением одной функции на другую. При умножении максимумов на максимумы или минимумов на минимумы значение произведения максимальное, что указывает на наибольшую кросс-корреляцию и дает представление об их наибольшей схожести в этих точках.

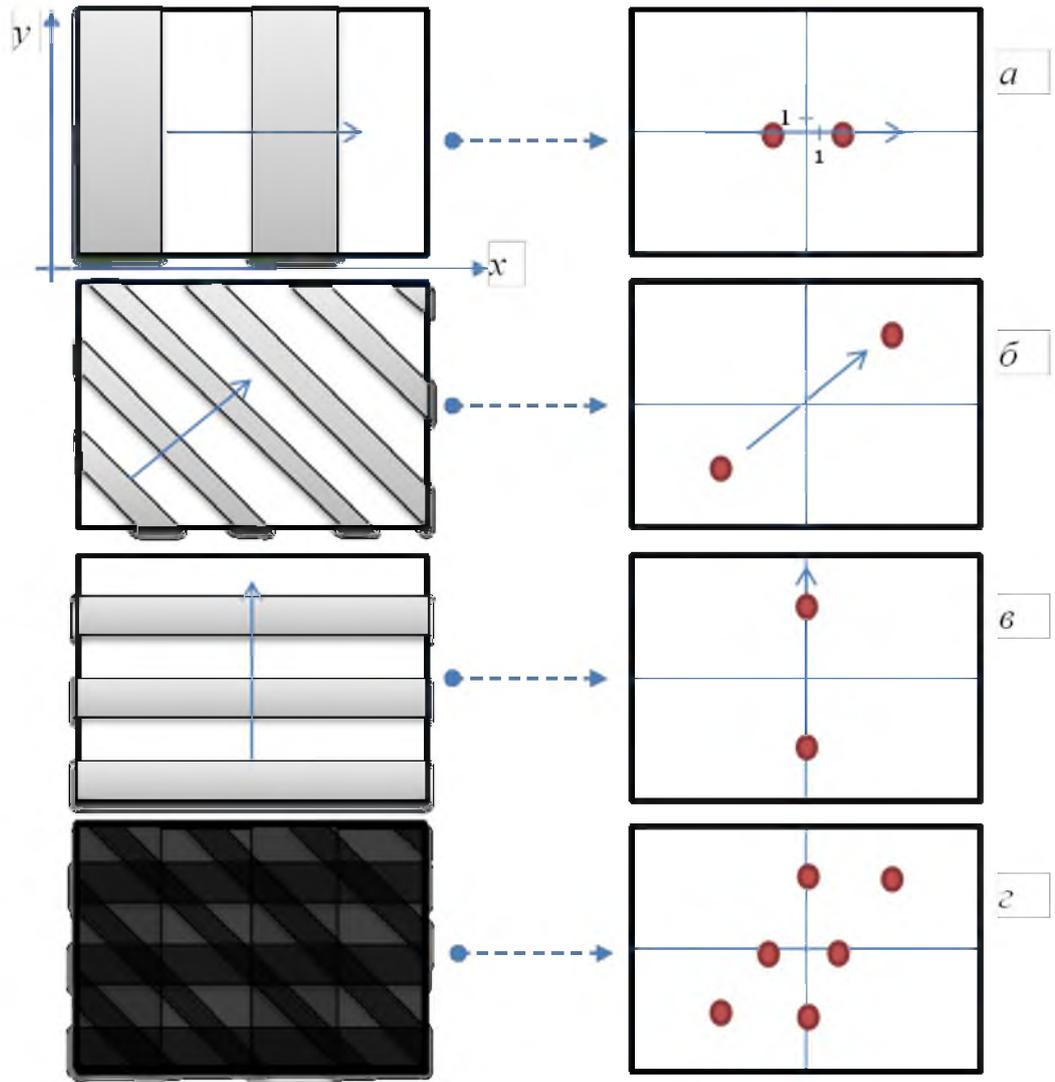


Рисунок 6 – Изображения и их частотные представления.

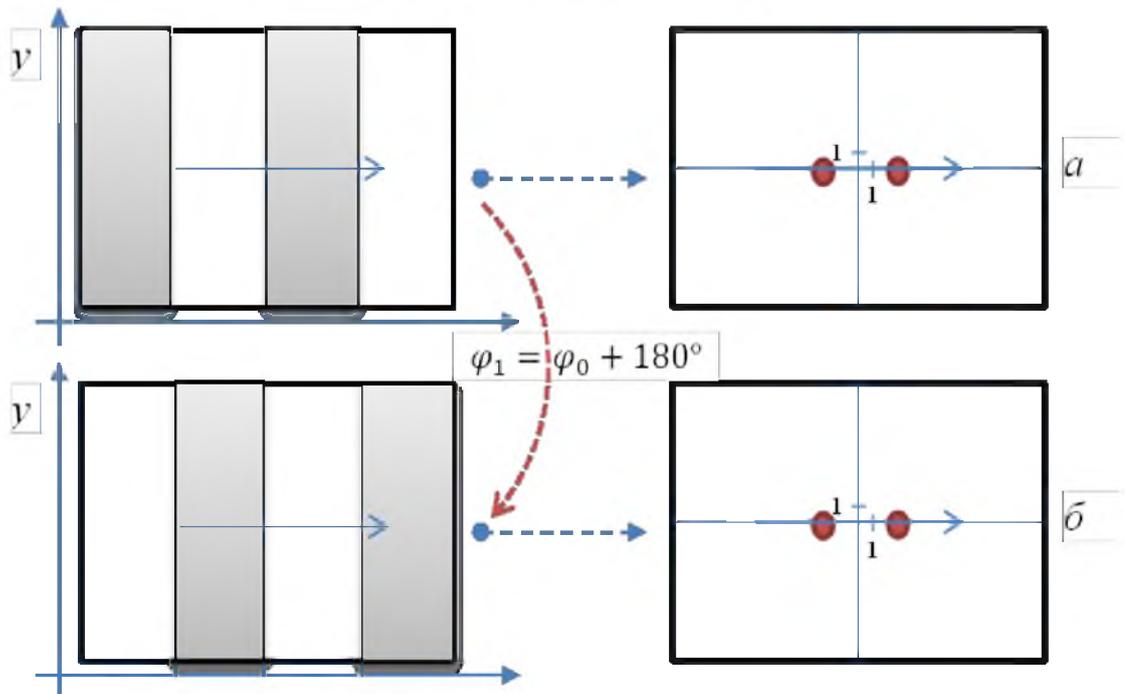


Рисунок 7 – Зависимость между фазой изображения и его представлениями

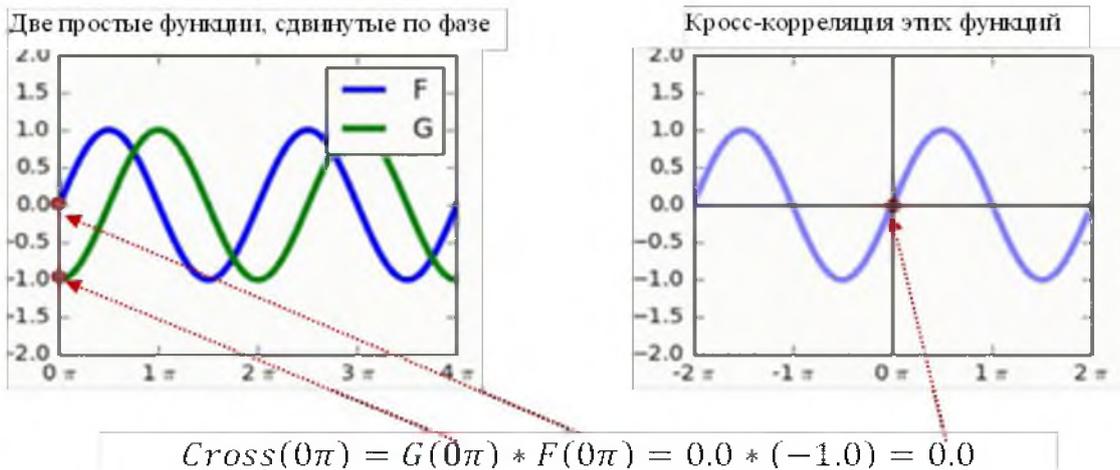


Рисунок 8 – Принцип кросс-корреляции

Кросс-корреляция изображений намного сложнее, однако принцип ее работы такой же, как рассмотрено выше. Поэтому сравнение двух изображений и поиск сдвига между ними производят не в обычной области, а в частотной, используя теорему Фурье о свертке:

$$F[f(x) \otimes g(x)] = F[f] * F[g] \quad (22)$$

Таким образом, свертка двух сигналов во временной области эквивалентна применению обратного преобразования Фурье к произведению Фурье-образов двух сигналов. В сокращенной форме: свертка во временной области эквивалентна умножению в частотной.

Для вычисления свертки можно выделить 3 основных этапа:

- 1) Посчитать Фурье образы двух изображений (перевести в частотную область).
- 2) Перемножить эти образы (поточечно).
- 3) Провести Обратное Преобразование Фурье (ОПФ) полученного произведения.

При этом ОПФ будет являться дельта функцией, которая и определит целочисленную величину сдвига между изображениями.

Для понимания выше представленных 3 действий, обратимся к аналогии. Пусть необходимо посчитать произведение чисел $1024 * 256$.

Выполним 3 действия:

- 1) Посчитаем «образы» чисел, прологарифмировав по 2: $\log_2(1024) = 10$ и $\log_2(256) = 8$;
- 2) Произведем более простую операцию $10 + 8 = 18$;
- 3) Выполним обратное преобразование, возведя 2 в степень 18: $2^{18} = 266144$, что равно произведению $1024 * 256$.

Итак, рассмотрим 2 изображения (Рисунок 9 -а,б), условно состоящих из 36 пикселей каждое (размер 6x6) и расположенных таким образом, что фигура на одном изображении (а) несколько сдвинута на изображении (б).

Пусть изображению (а) соответствует функция $z_1 = f_1(x, y)$, а изображению (б) функция $z_2 = f_2(x, y)$, тогда можно сказать, что: $f_2(x, y) = f_1(x - x_0, y - y_0) + n(x, y)$ (23) где функция несоответствий $n(x, y)$ включает дополнительные шумы, теневые эффекты, колебания камеры и т.д. на первом изображении.

Тогда преобразование Фурье в общем виде определяется следующим образом:

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \cdot e^{-2\pi i[ux+vy]} \cdot dx \cdot dy \quad (24)$$

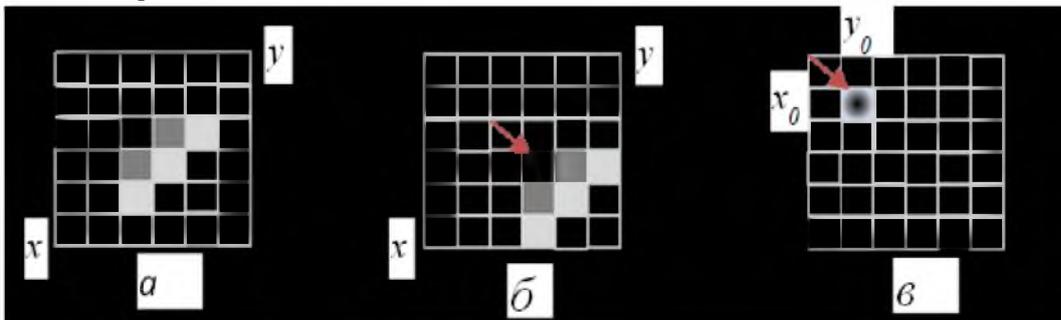


Рисунок 9 – Пример относительного сдвига изображений

Принимая условно символ « \Leftrightarrow » для преобразования Фурье имеем для данных функций:

$$F_1(u, v) \Leftrightarrow f_1(x, y)$$

$$F_2(u, v) \Leftrightarrow f_2(x, y)$$

$$N(u, v) \Leftrightarrow n(x, y) \quad (25)$$

Аналогично теореме Фурье о свертке (формула 2.3.3.18), используем теорему Фурье о сдвиге для функции $f_2(x, y)$ и получаем:

$$F_2(u, v) = F_1(u, v) * e^{-2\pi i[ux_0 + vy_0]} + N(u, v) \quad (26)$$

Более просто это можно представить в комплексном виде (формула 2.3.3.14):

$$\begin{aligned} F_1(u, v) &= |F_1| * e^{i\theta_1(u, v)} \\ F_2(u, v) &= |F_2| * e^{i\theta_2(u, v)} \\ N(u, v) &= |N| * e^{i\psi(u, v)} \end{aligned} \quad (27)$$

Функция фазовой корреляции будет представлена как $P(u, v)$ и определяется функцией фазового сдвига:

$$\phi(u, v) = \theta_2 - \theta_1 \quad (28)$$

Таким образом:

$$P(u, v) = e^{i\phi(u, v)} \quad (29)$$

Эту функцию можно представить следующим образом:

$$P(u, v) = |R_1|e^{-2\pi i[ux_0 + vy_0]} + |R_2|Q(u, v) \quad (30)$$

$$\text{где } |R_1| = \frac{|F_1|}{|F_2|} \quad |R_2| = \frac{N}{|F_2|} \quad Q = e^{i[\psi - \theta_1]}$$

Обратное преобразование Фурье в итоге даст:

$$p(x, y) = r_1(x - x_0, y - y_0) + r_2(x, y) \otimes q(x, y) \quad (31)$$

где $Q \Leftrightarrow q$ $R_1 \Leftrightarrow r_1$ $R_2 \Leftrightarrow r_2$ и \otimes - двумерная свертка (формула 2.3.3.18).

Следует заметить, что функции r_1, r_2 и q - находятся в действительном, нормальном, не частотном пространстве, а следовательно сама функция p такая же. Характерно, что $r_1(x - x_0, y - y_0)$ - очень острая пиковая функция, то есть по сути является дельта-функцией с центроидом расположенным в координатах (x_0, y_0) , которые и являются искомым сдвигом между изображениями (Рисунок 9 (в) - вид пика в 2-D представлении и Рисунок 10 - вид пика в 3-D представлении).

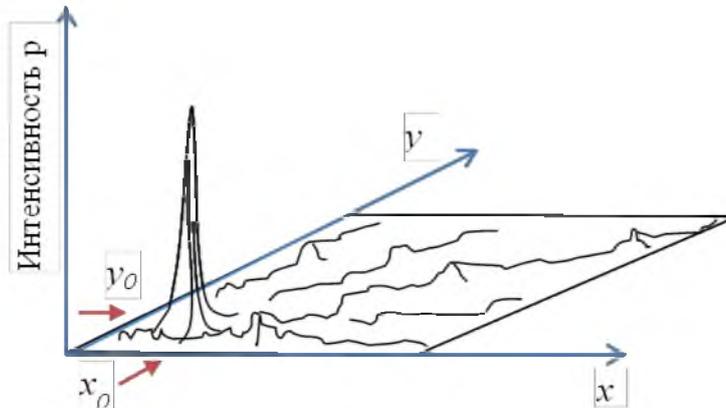


Рисунок 10 – Вид пика в 3-D представлении

В целях главной задачи, поставленной в данной статье, а именно изыскания возможности распознавания продольного смещения судна у причала с помощью корреляционных методов обработки оптического потока, метод фазовой корреляции является наиболее оптимальным по двум основным причинам:

- этот метод относится к быстродействующим частотным методам обработки, программная реализация алгоритма на основе этого метода характеризуется наилучшим быстродействием, что необходимо для успешных программных реализаций.
- исходя из особенностей поставленной задачи анализируется перемещения всего кадра в целом (камера захватывает только часть корпуса судна по всему масштабу).

Литература

1. Лукин А.А. Введение в цифровую обработку сигналов (математические основы): Лаборатория

компьютерной графики и мультимедиа. /А.А. Лукин. – М.: МГУ, 2002. – 44 с.

2. Фазовая корреляция цифровых изображений [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://en.wikipedia.org/wiki/Phase_correlation.

3. Вычисление оптического потока методом Лукаса-Канаде. Теория. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://habrahabr.ru/post/169055>.

4. Bradski G. Learning OpenCV. Computer vision with OpenCV library / G. Bradski and A. Kaebler. – Published by O'Reilly Media, 2010. – 543 с.

5. Hongshi Y. Robust phase correlation based feature matching for image co-registration and dem generation / Y. Hongshi, G. L. Jian // Department of Earth Science and Engineering, London Imperial College, 2013 – 52 с.

6. Каракаев А.Б., Хекерт Е.В., Галиев Г.А. Методические основы структурно-функционального подхода в системном анализе // Морские интеллектуальные технологии.– 2019.– Т. 2.– № 1 (43).– С. 77-81.

References

1. Lukin A.A. Vvedenie v cifrovuju obrabotku signalov (matematicheskie osnovy) / A.A. Lukin. – M.: Laboratorija komp'yuternoj grafiki i multimedia. MGU, 2002. – 44 s.
2. Fazovaja korreljacija cifrovyh izobrazhenij [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: https://en.wikipedia.org/wiki/Phase_correlation.
3. Vychislenie opticheskogo potoka metodom Lukasa-Kanade. Teorija. [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: <https://habrahabr.ru/post/169055>.
4. Bradski G. Learning OpenCV. Computer vision with OpenCV library / G. Bradski and A. Kaebler. – Published by O'Reilly Media, 2010. – 543 s.
5. Hongshi Y. Robust phase correlation based feature matching for image co-registration and dem generation / Y. Hongshi, G. L. Jian // Department of Earth Science and Engineering, London Imperial College, 2013 – 52 s.
6. Karakaev A.B., Hekert E.V., Galiev G.A. Metodicheskie osnovy strukturno-funkcional'nogo podhoda v sistemnom analize / Morskie intellektual'nye tekhnologii. 2019. T. 2. № 1 (43). S. 77-81.