- Bondarenko V.N Syusyuka E.N., Barchuk I.A.. Analiz gidrousilitelej linejnyh elektrogidravlicheskih privodov dlya poperechnyh supportov vstraivaemyh stankov. Nauchno-teoreticheskij zhurnal Vestnik BGTU imeni V.G.SHuhova, №1, 2008g
- Syusyuka E.N. Sovershenstvovanie tekhnologii obrabotki poverhnostej kacheniya opornyh uzlov cementnyh pechej s primeneniem linejnogo elektrogidravlicheskogo shagovogo privoda. Dissertaciya na soiskanie uchenoj stepeni kandidata tekhnicheskih nauk / Belgorodskij gosudarstvennyj tekhnologicheskij universitet im. V.G. SHuhova. Belgorod, 2011.
- Kondraťev S.I.Teoreticheskie osnovy upravleniya krupnotonnazhnymi sudami po kriteriyam bezopasnosti i energosberezheniya//
- Dissertaciya na soiskanie uchenoj stepeni doktora tekhnicheskih nauk.- Novorossijsk, 2004.
- Karakaev A.B., Lukanin A.V., Hekert E.V. Razrabotka metodologii, metodov i modelej analiza vliyaniya razlichnyh variantov postroeniya struktury i rezhimov podderzhaniya i vosstanovleniya rabotosposobnosti sudovyh elektroenergeticheskih sistem (chast' 1). Ekspluataciya morskogo transporta. 2016. № 3(80). S.54-60.

УДК 629.12.001.2: 656.66 DOI: 10.34046/aumsuomt92/28

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ ИЗМЕНЕНИЯ ХАРАКТЕРА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОЗДУШНОГО ПОТОКА И ПЫЛЕВОГО ПОТОКА ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ С ПЫЛЕЗАБОРНОЙ СТЕНКОЙ

- Н.С. Отделкин, доктор технических наук, профессор,
- Е.И. Адамов, кандидат технических наук, доцент
- С.Н. Сикарев, кандидат технических наук, доцент
- С.Г. Смирнов, аспирант

В статье рассматривается математической модели для исследования динамики изменения характера взаимодействия воздушного потока и пылевого потока при столкновении с пылезаборной стенкой. Математическое моделирование поведения воздушных потоков на территории портового открытого угольного склада даст представление о динамике поведения угольной пыли. Это позволит более точно учитывать все метеорологические особенности обдувания: скорость ветра, высотное распределение скоростей, турбулизация потока, различные геометрические параметры складов. В результате численной реализации этой модели методом контрольного объёма мы получаем возможность анализировать структуру потока, обтекающего угольный склад и сделать выводы о характере пылеобразования, отрыва частиц угольной пыли, смещения частиц угольной пыли.

Ключевые слова: угольная пыль, открытый угольный склад, пыление сыпучего груза, математическая модель

The article deals with a mathematical model to study the dynamics of changes in the nature of the interaction of air flow and dust flow in a collision with a dust intake wall. Mathematical modeling of the behavior of air flows on the territory of the port open coal warehouse will give an idea of the dynamics of the behavior of coal dust. This will allow more accurately take into account all the meteorological features of blowing: wind speed, altitude distribution of velocities, turbulence, various geometric parameters of warehouses. As a result of the numerical implementation of this model by the control volume method, we are able to analyze the structure of the flow flowing around the coal warehouse and draw conclusions about the nature of dust formation, separation of coal dust particles, displacement of coal dust particles.

Keywords: coal dust, open coal warehouse, bulk cargo dusting, mathematical model

## Введение

Большинство морских портов расположено в черте населенных пунктов в непосредственной близости от жилых кварталов, а многие их жители работают в самом порту или на других предприятиях и объектах морского транспорта, загрязнение окружающей среды в зоне влияния порта повышает возможный риск для здоровья населения вследствие двойного воздействия вредных факторов – как на производстве, так и на селитебной территории. Угольная пыль, являясь в чистом виде химически инертной, при длительном воздействии на организм человека приводит к возникновению хронических пылевых заболеваний легких.

Пыль является серьезной проблемой для портов, производящих перевалку угля, и для их окрестностей. Портовикам приходится прилагать немалые усилия, чтобы сдерживать распространение пыли.

Исследование динамики изменения характера взаимодействия воздушного потока и пылевого потока Для исследования динамики изменения характера взаимодействия воздушного потока и пылевого потока при столкновении с пылезаборной стенкой разбивается на несколько интервалов по времени. Каждый интервал соответствует определенной высоте поднятия пылезаборной стенки. Расчет математической модели ведется до тех пор, пока поток не установится в стационарное состояние.

Имея область интегрирования и сформулированные граничные и начальные условия, мы пока не можем перейти к численной реализации задачи, так как окончательно еще не решена проблема пылеуноса, то есть не закрыт вопрос об учете турбулентности пылевых угольных частиц в потоке. С этой целью используются математические модели турбулентности, определяющие дополнительные касательные напряжения, возникающие в пылевом потоке. Они включают дополнительные дифференциальные или алгебраические уравнения, которые в соответствии с гипотезой Рейнольдса связывают касательные напряжения с осредненными параметрами потока. В случае необходимости дополнительно используются специальные модели для описания потоков вблизи сплошных стенок, где имеется сложный переход режима движения от ламинарного режима к турбулентному потоку пылевых угольных частиц.

В настоящее время наиболее доступными для применения, являются варианты классической  $k - \varepsilon$  модели [1, 2, 3], каждый из которых включает уравнения переноса для энергии турбулентности k и ее величины диссипации  $\varepsilon$ . Модели отличаются друг от друга по форме уравнений, расчету в переходной зоне, соотношению между турбулентными напряжениями и величинами скорости пылевых частиц.

Модели, которые используют линейную связь между Рейнольдсовыми турбулентными напряжениями и скоростью, классифицируются как линейные модели. Второй класс составляют модели, которые используют нелинейную связь между напряжениями и скорость в пылевом потоке и классифицируются как нелинейные модели. В практике используются как квадратичная, так и кубическая взаимосвязь между турбулентными напряжениями и скоростью.

Основные предлагаемые альтернативы линейных моделей следующие:

1. «Стандартная» модель [1, 2, 3], в которой  $k - \varepsilon$  уравнения для высоких (турбулентных)

чисел Рейнольдса используются вместе с алгебраической функцией для пристеночной [1].

2. Модель для низких чисел Рейнольдса, в которой общие уравнения переноса для k и  $\varepsilon$  решаются везде, включая пристеночные области [9]. Пристеночной функции в этом случае не требуется.

3. Группа  $k - \varepsilon$  моделей «ренормализированной группы» [8, 9], в дальнейшем эта модель стала обозначается как RNG  $k - \varepsilon$  модели. Используются при высоких числах Рейнольдса в совокупности с функцией для пристеночной области.

4. Усовершенствованная версия  $k - \varepsilon$  модели, предложенная Е. Ченом [10], которая использует как продуктивный, так и диссипативный масштабы времени в закрытых диссипативных уравнениях. Эта модель также используется при высоких числах Рейнольдса, в совокупности с функциями для пристеночной области.

 Двухслойные модели, в которых пристеночный пылевой поток моделируется через:

- а) модели для низких чисел Рейнольдса с одним уравнением. Они содержат уравнения переноса для k и алгебраическое выражение для турбулентного масштаба длины. Решение соответствует решению стандартных k – є уравнений на краю области влияния вязкости. [6, 7, 8, 9, 10].
- б) модель пути смешивания (Mixing Length Model), где турбулентная вязкость вычисляется без использования каких-либо уравнений переноса. Это является развитием гипотезы Прандтля о пути смешивания для трехмерных потоков [5, 7].

Из всего многообразия нелинейных моделей, наиболее часто используемыми являются следующие [4, 6]:

1. Квадратичная  $k - \varepsilon$  модель для высоких чисел Рейнольдса в сочетании с представлением течения, тепло - и массопереноса в пристеночной области через специальную функцию;

2. Кубическая  $k - \varepsilon$  модель для высоких чисел Рейнольдса в сочетании с представлением течения, тепло - и массопереноса в при стеночной области через специальную функцию;

 Квадратичная модель для низких чисел Рейнольдса, в которой уравнения переноса для k
 считаются как в ядре пылевого потока, так и в пристеночной области;

4. Кубическая модель для низких чисел Рейнольдса, в которой уравнения переноса для *k* 

и Е рассчитаются как в ядре пылевого потока, так и в пристеночной области.

Все формы  $k - \varepsilon$  линейных моделей исходят из того, что турбулентные рейнольдсовые напряжения изотропные и связаны с осредненными скоростями потока следующим выражением [1]:

$$\tau_{myp6} = 2\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3} \ast \left( \mu_t \frac{\partial U_k}{\partial x_k} + \rho \kappa \right) \ast \delta_{ij}$$
(1)

где : k - турбулентная кинетическая энергия:

$$k = \frac{u_i' u_j'}{2} \tag{2}$$

 $\mu_t$  - турбулентная вязкость, которая свя-

зана с k и  $\varepsilon$  следующим соотношением:

 $\mu_t = f_\mu \frac{C_\mu \rho \kappa^2}{\varepsilon}$ (3)

 $C_{\mu}$  - эмпирический коэффициент, обычно

принимаемый константой среды, а  $f_{\mu}$  - экспериментальный коэффициент среды.

Основная часть потоков имеет анизотропную структуру турбулентности, а линейные модели не в состоянии этого учесть. Имеющееся затруднение преодолевается при помощи введения нелинейности в соотношение между турбулентными напряжениями и скоростями пылевого потока.

Для квадратичной модели основные соотношения для напряжений Рейнольдса следующие:

$$\tau_{myp\delta} = \frac{2}{3} \delta_{ij} - \frac{\mu_t}{\kappa} S_{ij} + C_1 \frac{\mu_t}{\varepsilon} \left[ S_{jk} * S_{kj} - \frac{1}{3} \delta_{ij} S_{kl} \right] + C_2 \frac{\mu_t}{\varepsilon} \left[ \Omega_{ik} S_{kj} + \Omega_{jk} S_{kl} \right] + C_3 \frac{\mu_t}{\varepsilon} \left[ \Omega_{ik} \Omega_{jk} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \Omega_{il} \Omega_{jl} \right]$$

$$(4)$$

$$C_{1} = \frac{c_{NL1}}{(c_{NL6} + c_{NL7}S^{3})C_{\mu}}; \quad C_{2} = \frac{c_{NL2}}{(c_{NL6} + c_{NL7}S^{3})C_{\mu}}$$
(5)

$$C_{3} = \frac{c_{NL3}}{(c_{NL6} + c_{NL7}S^{3})C_{\mu}}; \quad C_{\mu} = \frac{A_{0}}{A_{1} + A_{2}S + A_{3}\Omega}$$
(6)

где  $A_0, A_1, A_2, A_3, c_{NL1}, c_{NL2}, c_{NL3}, c_{NL6}, c_{NL7}$  - эмпирические коэффициенты, чьи значения приведены в таблице 1

 $S_{i,j}$  и  $\Omega_{ij}$  - элементы тензоров средних скоростей и завихренности соответственно задаются так:

$$\Omega_{IJ} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}, \ S_{IJ} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$$
(7)

Две другие неизвестные, требуемые для окончательного определения  $C_{\mathfrak{u}}$  вычисляются следующим образом:

$$S = \frac{\kappa}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} S_{ij} S_{ji}}, \ \Omega = \frac{\kappa}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \Omega_{ij} \Omega_{ji}}$$
(8)

Тут тензор  $S_{ii}$  - двойной тензор  $S_{ii}$ , описанный в уравнении (8).

В случае крайней нелинейности и беспорядочности турбулентного потока пылевых угольных частиц предпочтительнее использовать модель третьего порядка. Основное уравнение для кубической модели получено добавлением элемента более высокого порядка в уравнение (4). Окончательно оно выглядит следующим образом:

$$\tau_{myp\delta} = \frac{2}{3} \delta_{ij} - \frac{\mu_t}{\kappa} S_{ij} + C_1 \frac{\mu_t}{\varepsilon} \left[ S_{jk} * S_{kj} - \frac{1}{3} \delta_{ij} S_{kl} \right] + C_2 \frac{\mu_t}{\varepsilon} \left[ \Omega_{ik} S_{kj} + \Omega_{jk} S_{ki} \right] + C_3 \frac{\mu_t}{\varepsilon} \left[ \Omega_{ik} \Omega_{jk} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \Omega_{il} \Omega_{jl} \right] +$$

$$(9)$$

$$+C_4 \frac{\kappa}{\varepsilon^2} \mu_t \Big[ \Omega_{lj} S_{ki} + \Omega_{li} S_{kj} \Big] S_{kl} + C_5 \frac{\kappa}{\varepsilon^2} \mu_t \Big[ S_{jk} * S_{kj} - \Omega_{il} \Omega_{jl} \Big]$$

где:

$$C_{4} = c_{NL4} C_{\mu}$$

$$C_{5} = c_{NL5} C_{\mu}^{2}$$
(10)
(11)

$$=c_{NL5}C^{2}_{\mu}$$
(11)

187

турбулентная вязкость  $\mu_t$  определена из выражения (10)  $C_{NL4}, C_{NL5}$  - эмпирические коэффициенты, чьи значения приводятся в таблице 1

Таблица 1 – Значения коэффициентов для нелинейных  $k - \varepsilon$  отношений

<u></u>										
Ao	$A_{I}$	$A_2$	A3	$C_{NL!}$	$C_{NL2}$	C <sub>NL3</sub>	$C_{NL4}$	$C_{NL5}$	$C_{NL6}$	$C_{NL7}$
0.667	1.25	1.0	0.9	0.75	3.75	4.75	-10.0	-2.0	1000.0	1.0

Наличие соотношений (1), (4) и (9) позволяет нам в дальнейшем не оперировать величинами касательных турбулентных напряжений. Это вызвано тем, что их присутствие в итоговом уравнении будет опосредованно учитываться через k и  $\varepsilon$ . Последние описываются с помощью уравнений:

- для кинетической энергии турбулентности к:

$\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial t}\left(\sqrt{g}\rho k\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho\widetilde{u}_j k - \frac{\mu_{eff}}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x_j}\right) =$	(12)
$\mu_{t}(P+P_{B})-\rho\varepsilon-\frac{2}{3}\left(\mu_{t}\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{i}}+\rho k\right)\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{i}}+\mu_{t}P_{NL}$	
$= 2 u_i = u_i + u_i = p_i - 2 \frac{\partial u_i}{\partial u_i} = g_i - 1 \frac{\partial \rho}{\partial \rho}$	(12)

где  $\mu_{eff} = \mu + \mu_i$ ;  $P \equiv 2s_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ ;  $P_B = -\frac{g_i}{\sigma_{h,i}} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$  (13)

$$P_{NL} = -\frac{\rho}{\mu_{t}} \overline{u}_{i}' \overline{u}_{j}' \frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}} - \left[ P - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u_{i}}{\partial x_{i}} + \frac{\rho k}{\mu_{t}} \right) \frac{\partial u_{i}}{\partial x_{i}} \right]$$
(14)

В этих выражения  $P_{NL} = 0$  для линейных моделей, а  $\sigma_k$  - эмпирический коэффициент среды.

- скорость диссипации кинетической энергии є определяется по формуле:

$$\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial t}\left(\sqrt{g}\rho\varepsilon\right) + \frac{\partial}{\partial x_{j}}\left(\rho\widetilde{u}_{j}\varepsilon - \frac{\mu_{eff}}{\sigma_{s}}\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_{j}}\right) = C_{s1}\frac{\varepsilon}{k}\left[\mu_{t}P - \frac{2}{3}\left(\mu_{t}\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{i}} + \rho k\right)\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{i}}\right] + C_{s3}\frac{\varepsilon}{k}\mu_{t}P_{B} - (15)$$
$$-C_{s2}\rho\frac{\varepsilon^{2}}{k} + C_{s4}\rho\varepsilon\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{i}} + C_{s1}\frac{\varepsilon}{k}\mu_{t}P_{NL}$$

где  $\sigma_{\varepsilon}, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, C_{\varepsilon 3}$  и  $C_{\varepsilon 4}$  - эмпирические коэффициенты, чьи значения, взятые из источников [1, 2, 3], приведены в таблице 2.

Таблица 2 - Значения коэффициентов для стандартной  $k - \varepsilon$  модели турбулентности

$C_{\mu}$	$\sigma_{\kappa}$	$\sigma_{arepsilon}$	$\sigma_h$	$\sigma_m$	$C_{\varepsilon l}$	$C_{\epsilon 2}$	$C_{\varepsilon 3}$	Ce4	κ	E
0.09	1.00	1.22	0.9	0.9	1.44	1.92	0 или 1	-0.33	0.42	9.0

Как показали результаты практической апробации математической модели, такой подход дает приемлемые результаты только тогда, когда поток находится в режиме развитой турбулентности. Эта фаза характеризуется тем, что турбулентные эффекты пылевых угольных частиц, создаваемые высокой скоростью от 10 м/с, существенно превышают молекулярные эффекты. В случае же невысоких скоростей, при маленьких числах Рейднольдса, когда молекулярные и турбулентные эффекты соизмеримы, более стабильные результаты получаются при использовании так называемых низких Рейнольдсовых гипотез турбулентности. Как и стандартная (ориентированная на высоко рейнольдсковкие потоки), эта гипотеза включает в себя два уравнения. Причем для к оно одинаково, а для диссипации энергии є уравнение (15) заменяется на формулу:

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial t} \left( \sqrt{g} \rho k \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho \widetilde{u}_j k - \frac{\mu_{eff}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) = \begin{cases} \begin{bmatrix} C_{e_1} (P + P') + C_{e_3} P_B \end{bmatrix} - \\ -\frac{2}{3} \left( \mu_i \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \rho k \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \end{cases} - \\ - C_{e_2} \left( 1 - 0.3 \ell^{-R_t^2} \right) * \rho \frac{\varepsilon^2}{\kappa} + C_{e_4} \rho \varepsilon \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + C_{e_1} \frac{\varepsilon}{\kappa} P_{NL} \end{cases}$$
(16)

дополнительный член Р' задается следующим образом:

$$P' = 1.33 \left[ 1 - 0.3 \ell^{-R_t^2} \left[ P + 2\nu \frac{\kappa}{\nu^2} \right] \ell^{-0.0037 \, \mathrm{sRe}_{\nu}^2} \right]$$
(17)

 $\mu_{t}$ определяется по уравнению (10), а величина  $f_{\mu}$  :

$$\mu_{t} = \left[1 - \ell^{-0.0198\text{Re}} \left(1 + \frac{5.29}{\text{Re}_{y}}\right)\right]$$
(18)

в котором:  $\operatorname{Re}_{y} = \frac{y\sqrt{\kappa}}{v}$ 

 $R_t$  - турбулентное число Рейнольдса, определяемое как

$$R_t = \frac{\kappa^2}{\nu\varepsilon}$$
(20)

Уравнение диссипации не считается для пристеночных элементов. В данном случае достаточно вычислить диссипацию  $\mathcal{E}_p$  по выражению:

$$\varepsilon_P = \frac{2\nu\kappa}{\gamma^+} \tag{21}$$

где  $y^+$  для пристеночного элемента – порядка единицы.

Заключение. Помимо низкорейнольдсовского варианта  $k - \varepsilon$  классическая гипотеза не раз подвергалась различным модификациям. В частности, для повышения гибкости в описании зависимости касательных напряжений и скорости, Е.Чен в выражении для диссипации кинетической энергии ввел дополнительный параметр [7]. При этом он исходил из того, что масштаб времени диссипации  $k - \varepsilon$  является единственным масштабом времени турбулентности пылевых угольных частиц, используемым при замыкании  $\varepsilon$ -уравнения в элементарной  $k - \varepsilon$  модели. В модели Чена при замыкании  $\mathcal{E}$ -уравнения наряду с масштабом времени диссипации, используется продуктивный масштаб времени. Иллюстрация средней скорости переноса пылевых частиц с учетом дополнительной константы в  $\mathcal{E}$ уравнении показано на Рис.1. Этот дополнительный масштаб требуется, чтобы позволить механизму переноса энергии турбулентности среагировать на среднюю скорость более эффективно. Это приводит к появлению дополнительной константы в  $\mathcal{E}$ -уравнении.

(19)



Рисунок 1 – Иллюстрация средней скорости переноса пылевых частиц с учетом дополнительной константы в *Е*-уравнении

## Литература

- Launder, B.E. The numerical computation of turbulent flows / B.E. Launder, D.B. Spalding, //, Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng., 1974, №3, pp. 269-289.
- El Tahry, S.H. k-e equation for compressible reciprocating engine flows / S.H. El Tahry // - AIAA J. Energy, - 1983. - No. 4, pp. 345-353.
- Rodi, W. Influence of buoyancy and rotation on equations for turbulent length scale / Rodi, W.//, Proc. 2nd Symp. on Turbulent Shear Flows - 1979, v. 1, pp. 25-31.
- Shih, T.H. A realizable Reynolds stress algebraic equation model / T.H. Shih, J. Zhu, J.L. Lumley//, NASA TM-105993. 1993, pp. 23-29.

- Отделкин, Н. С. Теоретические основы оценки потерь и защиты окружающей среды от пылеобразования при перегрузке и хранении сыпучих грузов: дис... докт. техн. наук: 05.22.19, 03.00.16: защищена 2009 г.: утв. 2009 / Отделкин Николай Станиславович. – Н. Новгород, 2009. – 355 с.
- Wolfshtein, M. The velocity and temperature distribution in one-dimensional flow with turbulence augmentation and pressure gradient', / Wolfshtein, M. // Int. J. Heat Mass Transfer - 1969, - № 12, pp. 301-318.
- Адамов Е.И. Совершенствование методов определения и снижения потерь от пылеобразования при перегрузке сыпучих грузов грейферными кранами и перегружателями. Дис... канд. тех. наук. – Нижний Новгород, 2010. – 122 с.
- Yakhot, V. Renormalization group analysis of turbulence / V. Yakhot, S.A. Orszag// J. Scientific Computing Basic theory - 1986. - p. 1-51.
- Yakhot, V. Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique / V. Yakhot, S.A. Orszag, S. Thangam, T.B. Gatski, C.G. Speziale// Phys. Fluids, 1992, № 7, pp. 1510-1520.
- Lien, F.S. Low-Reynolds-Number Eddy-Viscosity Modelling Based on Non-Linear Stress-Strain/Vorticity Relations /F.S. Lien, W.L. Chen, M.A Leschziner//, Crete, Greece ,Proc. 3rd Symp. on Engineering Turbulence Modelling and Measurements, 1996, pp. 230-260.

## REFERENCES

- Launder, B.E. The numerical computation of turbulent flows / B.E. Launder, D.B. Spalding, //, Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng., 1974, №3, pp. 269-289.
- El Tahry, S.H. k-e equation for compressible reciprocating engine flows / S.H. El Tahry // - AIAA J. Energy, - 1983. - No. 4, pp. 345-353.

- Rodi, W. Influence of buoyancy and rotation on equations for turbulent length scale / Rodi, W.//, Proc. 2nd Symp. on Turbulent Shear Flows - 1979, v. 1, rr. 25-31.
- Shih, T.H. A realizable Reynolds stress algebraic equation model / T.H. Shih, J. Zhu, J.L. Lumley//, NASA TM-105993. 1993, rr. 23-29.
- Otdelkin, N. S. Teoreticheskie osnovy ocenki poter' i zashchity okruzhayushchej sredy ot pyleobrazovaniya pri peregruzke i hranenii sypuchih gruzov: dis... dokt. tekhn. nauk: 05.22.19, 03.00.16: zashchishchena 2009 g.: utv. 2009 / Otdelkin Nikolaj Stanislavovich. – N. Novgorod, 2009. – 355 s.
- Wolfshtein, M. The velocity and temperature distribution in one-dimensional flow with turbulence augmentation and pressure gradient', / Wolfshtein, M. // Int. J. Heat Mass Transfer 1969, № 12, pp. 301-318.
- Adamov E.I. Sovershenstvovanie metodov opredeleniya i snizheniya poter' ot pyleobrazovaniya pri peregruzke sypuchih gruzov grejfernymi kranami i peregruzhatelyami. Dis... kand. tekh. nauk. – Nizhnij Novgorod, 2010. – 122 s.
- Yakhot, V. Renormalization group analysis of turbulence / V. Yakhot, S.A. Orszag// J. Scientific Computing Basic theory - 1986. - p. 1-51.
- Yakhot, V. Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique / V. Yakhot, S.A. Orszag, S. Thangam, T.B. Gatski, C.G. Speziale// Phys. Fluids, 1992, № 7, pp. 1510-1520.
- Lien, F.S. Low-Reynolds-Number Eddy-Viscosity Modelling Based on Non-Linear Stress-Strain/Vorticity Relations /F.S. Lien, W.L. Chen, M.A Leschziner//, Crete, Greece ,Proc. 3rd Symp. on Engineering Turbulence Modelling and Measurements, 1996, rr. 230-260.