УДК 656.61.052.4
DOI: 10.34046/aumsuomt102/6

ВЗАИМОСВЯЗЬ СИСТЕМ КООРДИНАТ ПОЛОЖЕНИЯ И КИНЕМАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВИЖЕНИЯ СУДНА

А.С. Васьков, доктор технических наук, профессор
А.А. Мироненко, доктор технических наук, профессор

Рассматриваются кинематические характеристики движения (перемещения, скорости, ускорения) судна, как твердого тела конечных размеров, в различных системах координат (связанных с судном, неподвижных, связанных с Землей: маршрутных, локальных топографических, геодезических). Приводятся матрицы взаимных преобразований кинематических характеристик движения судна для различных систем координат. Формулируется задача обеспечения безопасности плавания судна.

Ключевые слова: кинематические характеристики движения, перемещения, скорости, ускорения, системы координат, матрицы взаимных преобразований.

COORDINATE SYSTEMS AND VESSEL'S MOVEMENT KINEMATIC CHARACTERISTICS INTERCONNECTION

A. S. Vas'kov, A. A. Mironenko

The kinematic characteristics of the vessel's movement (progress, speed, acceleration) as a rigid body of finite dimensions in various coordinate systems (associated with the ship, fixed, connected with the Earth: route, local topographic, geodesical) are considered. The mutual transformations matrices of the vessel's motion kinematic characteristics for various coordinate systems are given. The vessel's safety navigation task is formulated.

Key words: motion's kinematic characteristics, progress, speed, acceleration, coordinate systems, matrices of mutual transformations.

Обычно в приложениях к навигации, управлению и управляемости судна используются различные системы координат и кинематических характеристик движения. Системы координат могут выбираться произвольно, но всегда преследуется какая-то цель, например, простота решения задач судовождения, представления кинематических и динамических характеристик движения. В комплексах навигации и управления судном эти системы координат должны рассматриваться во взаимосвязи информации от используемых датчиков с задачами обеспечения безопасности мореплавания [1-5, 8, 13, 15, 17, 18].

В пространстве, в соответствии с законами механики, положение судна, как твердого тела, определяется тремя координатами трех точек, не лежащих на одной прямой, или тремя координатами одной точки (ЦТ) относительно Земли и направлениями связанных с этой точкой координатных осей, т.е. тремя углами Эйлера [2-5, 6, 9, 11, 12, 14, 17].

Целью настоящей работы является установление взаимосвязей основных кинематических характеристик движения судна с ориентировкой осей координат и началом отсчетов углов, принятых в судовождении. А также обзор методов взаимного преобразования кинематических характеристик движения судна для различных, проиллюстрированных на рис. 1, 2, систем координат (геодезических, географических, прямоугольных топоцентрических неподвижных, маршрутных полусвязанных, судовых подвижных, поточных (скоростных)), которые обеспечивают простоту решения задач навигации и управления.

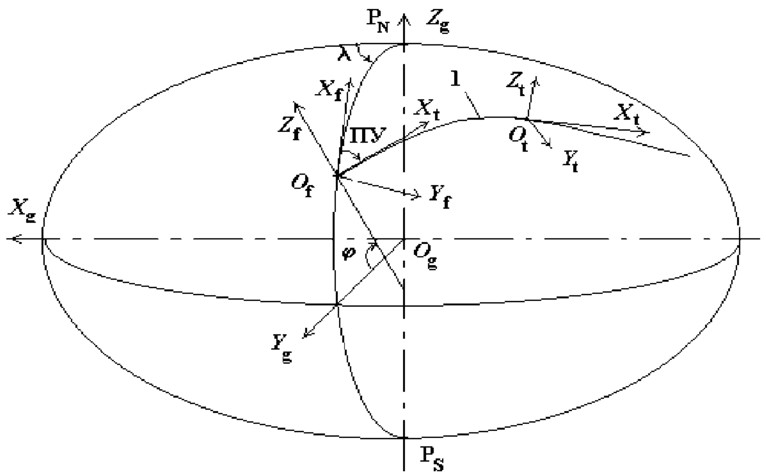

Рисунок 1 – Системы геодезических, неподвижных топоцентрических, маршрутных координат: 1 – маршрут судна; **ПУ** – путевой угол

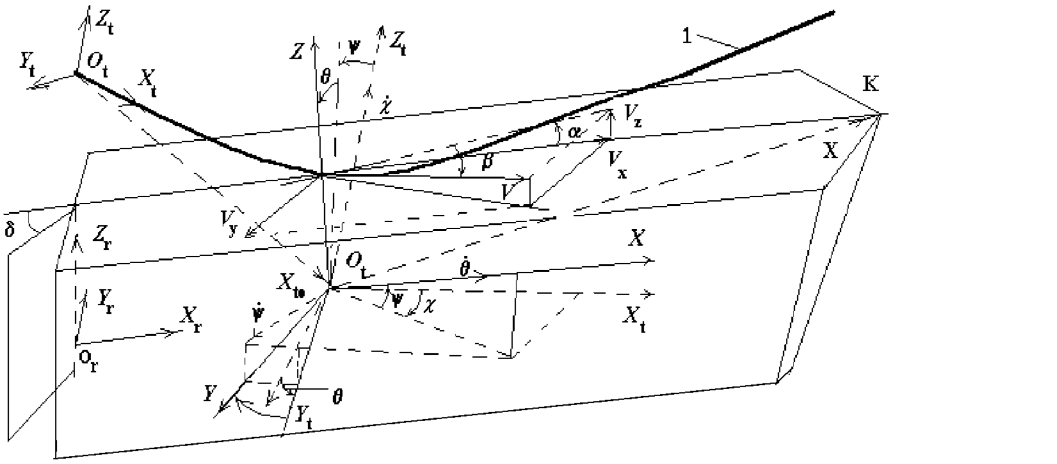

Рисунок 2 – Системы прямоугольных маршрутных и судовых подвижных координат: 1 – маршрут судна

Координаты (геодезические) прямоугольные пространственные (***$O_gX_gY_gZ_g$***), с началом в центре земного эллипсоида (***O_g***), определяют положение судна (точки) на поверхности земного эллипсоида и в пространстве тремя координатными осями, рекомендованными Международной службой вращения Земли и Международным Бюро Времени (см. рис. 1) [3-5, 8, 18].

$$\begin{aligned} X_g &= (R_N + h)\cos\varphi\cos\lambda; \\ Y_g &= (R_N + h)\cos\varphi\sin\lambda; \\ Z_g &= \left[R_N\left(1 - e^2\right) + h\right]\sin\varphi; \\ R_N &= a\left(1 - e^2\sin^2\varphi\right)^{-0,5}, \end{aligned} \qquad (1)$$

где ***φ, λ*** – географические координаты (широта, долгота);

a, e, R_N, h – большая полуось, первый эксцентриситет, радиус кривизны первого вертикала и высота точки над поверхностью земного эллипсоида;

X_g, Y_g, Z_g – координаты (геодезические) прямоугольные пространственные.

Эти координаты являются исходными для перехода к географическим координатам – угловым величинам (широте, долготе), определяющим положение точки направлением нормали к поверхности земного эллипсоида относительно плоскостей экватора и начального меридиана. Они являются основными в судовождении и связаны с прямоугольными геодезическими пространственными координатами выражениями [3, 4]

$$\begin{aligned} \varphi &= \left(1 - e^2\right)^{-1}\mathrm{arctg}\left[Z_g\left(X_g + Y_g\right)^{-0,5}\right]; \\ \lambda &= \mathrm{arctg}\left(Y_g/X_g\right). \end{aligned} \qquad (2)$$

Прямоугольные геодезические координаты (1) взаимосвязаны с прямоугольными неподвижными (земными) локальными (***$O_fX_fY_fZ_f$***) или топоцентрическими координатами с началом в любой точке (***O_f***) маршрута судна с помощью матрицы ортогональных преобразований [3, 4, 8, 18]

$$\vec{X_g} = \begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix} = \mathbf{B}_{fg}\begin{bmatrix} X_f \\ Y_f \\ Z_f + R_N \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ R_N e^2\sin\varphi \end{bmatrix}; \qquad (3)$$

$$\vec{X_f} = \begin{bmatrix} X_f \\ Y_f \\ Z_f \end{bmatrix} = \mathbf{B}_{fg}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g + R_N e^2\sin\varphi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ R_N \end{bmatrix}; \qquad (4)$$

$$\mathbf{B}_{fg} = \begin{bmatrix} -\sin\varphi\cos\lambda & -\sin\lambda & \cos\varphi\cos\lambda \\ -\sin\varphi\sin\lambda & \cos\lambda & \cos\varphi\sin\lambda \\ \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \end{bmatrix}, \qquad (5)$$

где $\vec{X_g}$, $\vec{X_f}$ – векторы прямоугольных координат геодезических, неподвижных маршрутных;

$\mathbf{B}_{fg}$, $\mathbf{B}_{fg}^{\mathrm{T}}$ – прямая (5) и транспонированная матрицы ортогональных преобразований;

$^{\mathrm{T}}$ – знак транспонирования матриц и векторов.

Для математического описания положений судна во времени: траектории, полосы, занимаемой судном при маневрировании, расположения ориентиров, картографического изображения местности применяется топоцентрическая система координат. Частным случаем неподвижной топоцентрической локальной системы является прямоугольная маршрутная полусвязная система координат (***$O_tX_tY_tZ_t$***). Она повернута в плоскости горизонта на величину **ПУ** – направления пути судна и может быть совмещена с началом топоцентрической системы координат или смещена на расстояние, соответствующее плаванию судна. Взаимосвязь неподвижной и маршрутной полусвязной систем координат определяется матрицей преобразования соответствующего **ПУ** [3, 4]

$$\vec{X_f} = \mathbf{B}_{tf}\vec{X_t}; \quad \vec{X_t} = [X_t \quad Y_t \quad Z_t]^{\mathrm{T}} = \mathbf{B}_{tf}^{-1}\vec{X_f}; \qquad (6)$$

$$\mathbf{B}_{tf} = \begin{bmatrix} \cos\text{ПУ} & -\sin\text{ПУ} & 0 \\ \sin\text{ПУ} & \cos\text{ПУ} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad (7)$$

где $\vec{X_t}$ – вектор маршрутных координат положения судна;

X_t, Y_t – оси маршрутной системы координат, направленные по маршруту движения судна – на кусочно-линейном участке и вправо перпендикулярно маршруту, соответственно

$\mathbf{B_{fg}}, \mathbf{B_{tf}^{-1}}$ – прямая и обратная матрицы взаимных преобразований неподвижных топоцентрических и маршрутных координат.

Маршрутная система координат удобна при решении задач управления движением судна по программной траектории, так как отличие от нуля маршрутной координаты (***Y****t*) судна (точки ЦТ) является непосредственно сигналом для управления.

Подвижная, связанная с судном прямоугольная система координат (***OXYZ***) с началом в точке – ***O*** судна: ось ***X*** направлена по диаметральной плоскости в нос судна, ось ***Y*** – на правый борт, ось ***Z*** – вверх, перпендикулярно основной плоскости судна. Эти оси являются главными осями инерции, а моменты инерции относительно их не зависят от изменения кинематических параметров движения судна и наиболее просто позволяют выразить влияние внешних сил. Поэтому, связанная с судном система координат используется для математического описания движения, исследования управляемости и привязки датчиков измерения координат.

Ориентация судна в пространстве определяется взаимным расположением подвижной связанной и неподвижной систем координат с помощью трех углов: рыскания, крена, дифферента (углов Эйлера, см. рис.2), по которым, с учетом ортогональности матриц последовательных поворотов, формируются прямые и обратные преобразования [3, 4, 6, 9, 11, 13]:

$$\vec{\mathbf{X}}_{\mathbf{t}} = \mathrm{B}_{st}\vec{\mathbf{X}}; \qquad \vec{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathrm{B}_{\mathrm{st}}^{-1}\vec{\mathbf{X}}_{\mathbf{t}}; \tag{8}$$

$$\mathrm{B}_{st} = \mathrm{B}_{\chi}\mathrm{B}_{\psi}\mathrm{B}_{\theta}; \; \mathrm{B}_{\mathrm{st}}^{-1} = \mathrm{B}_{\chi}^{\mathrm{T}}\mathrm{B}_{\psi}^{\mathrm{T}}\mathrm{B}_{\theta}^{\mathrm{T}};$$

$$\mathrm{B}_{\chi}^{-1} = \mathrm{B}_{\chi}^{\mathrm{T}}; \quad \mathrm{B}_{\psi}^{-1} = \mathrm{B}_{\psi}^{\mathrm{T}}; \quad \mathrm{B}_{\theta}^{-1} = \mathrm{B}_{\theta}^{\mathrm{T}}; \tag{9}$$

$$\mathrm{B}_{\chi} = \begin{bmatrix} \cos\chi & -\sin\chi & 0 \\ \sin\chi & \cos\chi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \; \mathrm{B}_{\psi} = \begin{bmatrix} \cos\psi & 0 & -\sin\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\psi & 0 & \cos\psi \end{bmatrix};$$

$$\mathrm{B}_{\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}, \tag{10}$$

где $\vec{\mathbf{X}}$ – вектор подвижных судовых координат;

$\mathbf{B_{st}}, \mathbf{B_{st}^{-1}}$ – прямая и обратная матрицы взаимных преобразований маршрутных и судовых координат;

$\mathbf{B}_{\chi}, \mathbf{B}_{\psi}, \mathbf{B}_{\theta}$ – матрицы поворотов на соответствующие углы: рыскания, дифферента и крена;

$\mathbf{B}_{\chi}^{\mathrm{T}}, \mathbf{B}_{\psi}^{\mathrm{T}}, \mathbf{B}_{\theta}^{\mathrm{T}}$ – транспонированные матрицы поворотов;

$\mathbf{B}_{\chi}^{-1}, \mathbf{B}_{\psi}^{-1}, \mathbf{B}_{\theta}^{-1}$ – обратные матрицы поворотов на соответствующие углы;

χ, ψ, θ – углы поворотов: рыскания, дифферента и крена.

Прямоугольная поточная (скоростная) система координат является частным случаем подвижной, также связана с ЦТ судна, начало системы координат перенесено в плоскость ватерлинии (см. рис.2), ось ***X*** направлена по вектору скорости поступательного движения судна (линиям тока), ось ***Y*** – перпендикулярно на правый борт. Эта система координат используется для преобразования скоростей движения судна, при наличии дрейфа.

В общем случае движение судна подчиняется основной теореме механики твердого тела – теореме Шаля [3, 9, 11, 12]: самое общее перемещение твердого тела разлагается на поступательное перемещение произвольно выбранного полюса (ЦТ) из первоначального положения в конечное и вращение вокруг оси, проходящий через этот полюс. Если направление и длина поступательного перемещения точек изменяется от выбора полюсов, то направление оси вращения и угол поворота вокруг нее – нет.

Проекции вектора скорости поступательного движения ЦТ судна на судовые подвижные оси координат ***OXYZ*** (поточная система координат) определяются выражениями (см. рис. 2) [3]

$$\vec{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} = |\mathbf{V}|\mathbf{B_{ds}}; \quad \mathbf{B_{ds}} = \begin{bmatrix} \cos\beta\cos\alpha \\ \sin\beta \\ \cos\beta\sin\alpha \end{bmatrix}, \tag{11}$$

где $\mathbf{B_{ds}}$ – матрица-столбец преобразований координат;

$\vec{\mathbf{V}}, |\mathbf{V}|$ – вектор и модуль вектора линейной скорости судна в связанной системе координат;

β – угол дрейфа – угол между диаметральной плоскостью судна (осью ***X***) и вектором скорости;

α – угол атаки – угол между проекцией вектора скорости судна на его диаметральную плоскость и осью ***X***.

Скорости поступательного движения ЦТ судна в судовой подвижной и неподвижной маршрутной системах координат взаимосвязаны матрицами ортогональных преобразований (9), (10) [3, 4].

$$\vec{\mathbf{V}}_{\mathbf{t}} = \begin{bmatrix} V_{xt} \\ V_{yt} \\ V_{zt} \end{bmatrix} = \mathrm{B_{st}}\vec{\mathbf{V}} = |\mathbf{V}|\mathrm{B_{st}}\mathrm{B_{ds}}; \;\; \vec{\mathbf{V}} = \mathrm{B_{st}^{-1}}\vec{\mathbf{V}}_{\mathbf{t}}, \tag{12}$$

где $\vec{\mathbf{V}}_{\mathbf{t}}$ – вектор линейной скорости судна в маршрутной системе координат.

Кинематическими параметрами вращательного движения судна, с точки зрения ориентации в пространстве, являются углы Эйлера (рыскания, дифферента и крена) и их производные по времени. При косвенных измерениях их проекции на судовые координатные оси определяются кинематическими уравнениями Эйлера [3, 11, 12] (см. рис. 2)

$$\vec{\Omega} = \begin{bmatrix}\omega_x\\ \omega_y\\ \omega_z\end{bmatrix} = \mathrm{B}_{\omega s}\begin{bmatrix}\dot{\chi}_t\\ \dot{\psi}_t\\ \dot{\theta}_t\end{bmatrix};$$

$$\mathrm{B}_{\omega s} = \begin{bmatrix}\sin\psi & 0 & 1\\ -\cos\psi\sin\theta & \cos\theta & 0\\ \cos\psi\cos\theta & \sin\theta & 0\end{bmatrix}, \quad (13)$$

где $\vec{\Omega}$ – вектор угловой скорости судна в связанной системе координат;

$\mathbf{B}_{\omega s}$ – матрица преобразований угловых движений судна на оси связанной системы координат;

$\dot{\chi}_t, \dot{\psi}_t, \dot{\theta}_t$– производные углов рыскания, дифферента и крена.

Переход к угловым движениям судна в неподвижной маршрутной системе координат от их непосредственных измерений в судовой системе, т.е. определение текущих углов курса, дифферента и крена осуществляется с помощью преобразований, вытекающих из выражений (13)

$$\begin{bmatrix}\dot{\chi}_t\\ \dot{\psi}_t\\ \dot{\theta}_t\end{bmatrix} = \mathrm{B}_{\omega t}\vec{\Omega};\ \mathrm{B}_{\omega t} = \begin{bmatrix}0 & \sin\theta\sec\chi & \cos\theta\sec\psi\\ 0 & \cos\theta & \sin\theta\\ 1 & \cos\chi\mathrm{ctg}\psi & -\sin\theta\mathrm{ctg}\psi\end{bmatrix}, \quad (14)$$

где $\mathbf{B}_{\omega t}$ – матрица преобразований угловых движений судна на оси неподвижной системы координат.

В неподвижной топографической системе координат кинематические параметры поступательного и вращательного движений ЦТ судна отличаются от маршрутных смещением начала отсчетов параметров и их поворотом на величину **ПУ** [3]. Взаимосвязь движений определяется матрицей поворота осей координат (7) (см. рис. 2)

$$\vec{\mathbf{V}}_f = \begin{bmatrix}V_{xf}\\ V_{yf}\\ V_{zf}\end{bmatrix} = \mathrm{B}_{tf}\vec{\mathbf{V}}_t;\ \ \vec{\mathbf{V}}_t = \mathrm{B}_{tf}^{-1}\vec{\mathbf{V}}_f; \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix}\dot{\theta}_f\\ \dot{\psi}_f\\ \dot{\chi}_f\end{bmatrix} = \mathrm{B}_{tf}\begin{bmatrix}\dot{\theta}_t\\ \dot{\psi}_t\\ \dot{\chi}_t\end{bmatrix};\ \ \begin{bmatrix}\dot{\theta}_t\\ \dot{\psi}_t\\ \dot{\chi}_t\end{bmatrix} = \mathrm{B}_{tf}^{-1}\begin{bmatrix}\dot{\theta}_f\\ \dot{\psi}_f\\ \dot{\chi}_f\end{bmatrix}, \quad (16)$$

где $\vec{\mathbf{V}}_f$ – матрица-столбец проекций скоростей на координатные оси неподвижной топоцентрической системы координат.

Для определения скоростей движения судна в географической системе координат используется понятие обобщенных криволинейных координат, на основе которых выводятся выражения перехода [3, 4, 11, 12]. При условии совпадения ортогональных базисных векторов в данной точке с направлениями координатных линий: параллелью, меридианом, нормалью к поверхности эллипсоида и учете взаимосвязи прямоугольных геодезических и географических координат (1) получается:

$$k_N = \sqrt{\left(\frac{\partial X_g}{\partial R_N}\right)^2 + \left(\frac{\partial X_g}{\partial R_N}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z_g}{\partial R_N}\right)^2} = \sqrt{1 - e^2(2 - e^2)\sin^2\varphi};$$

$$k_\varphi = \sqrt{\left(\frac{\partial X_g}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y_g}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z_g}{\partial \varphi}\right)^2} = \frac{R_N(1-e^2)}{1-e^2\sin^2\varphi} + h; \quad (17)$$

$$k_\lambda = \sqrt{\left(\frac{\partial X_g}{\partial \lambda}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y_g}{\partial \lambda}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z_g}{\partial \lambda}\right)^2} = (R_N - h)\cos\varphi,$$

где k_N, k_φ, k_λ – коэффициенты Ламе.

Проекции скорости судна на оси, направленные по базисным векторам параллелей, меридианов и нормалей принимают вид:

$$V_N = k_N\dot{R}_N = \dot{R}_N\sqrt{1 - e^2(2 - e^2)\sin^2\varphi};$$

$$V_\varphi = k_\varphi\dot{\varphi} = \dot{\varphi}\left(\frac{R_N(1-e^2)}{1-e^2\sin^2\varphi} + h\right); \quad (18)$$

$$V_\lambda = k_\lambda\dot{\lambda} = \dot{\lambda}(R_N - h)\cos\varphi,$$

где $\dot{R}_N$, $\dot{\varphi}$, $\dot{\lambda}$ – производные главного радиуса кривизны и географических координат определяются из выражений (1), (2), (5).

Выражения (11)-(18) характеризуют скорости перемещения полюса (ЦТ) судна. При решении задач навигации, управления и обеспечения безопасности мореплавания скорости поступательного движения любой точки (**К**) судна (см. рис.2) определяются теоремой сложения скоростей: скорость абсолютного движения любой точки равна векторной сумме скоростей переносного (поступательного) и относительного движений этой точки

$$\bar{\mathbf{V}}_K = \bar{\mathbf{V}} + \bar{\mathbf{V}}_r, \quad (19)$$

где $\bar{\mathbf{V}}$ – скорость переносного (поступательного) движения ЦТ судна;

$\bar{\mathbf{V}}_K, \bar{\mathbf{V}}_r$– скорость абсолютного и относительного движения точки **К**.

Скорость относительного движения точки **К** судна, от вращения вокруг ЦТ, определяется по векторной формуле Эйлера и представляется в векторно-матричной форме [3, 4, 11, 12]:

$$\bar{\mathbf{V}}_r = [\omega_i]\vec{\mathbf{X}}_K = [\omega_i]\begin{bmatrix}X_K\\ Y_K\\ Z_K\end{bmatrix};$$

$$[\omega_i] = \begin{bmatrix}0 & -\omega_z & -\omega_y\\ \omega_z & 0 & \omega_x\\ \omega_y & -\omega_x & 0\end{bmatrix}, \quad (20)$$

где $\vec{\mathbf{X}}_K$ – радиус-вектор точки **К** в судовых координатах;

$[\omega_i]$ – кососимметричная матрица преобразований координат, состоящая из проекций угловых скоростей, определяемая через ортогональные матрицы (9).

Поле ускорений точек судна, как твердого тела, может быть получено дифференцированием выражений (19), (20), а результаты, после преобразований [3], сводятся к формуле Ривальса [11, 12]

$$\dot{\mathbf{V}}_K = \dot{\mathbf{V}} + \dot{\Omega}\times\vec{\mathbf{X}}_K + \vec{\Omega}\times\bar{\mathbf{V}} = \dot{\mathbf{V}} + \dot{\Omega}\times\vec{\mathbf{X}}_K + \vec{\Omega}\times\left(\vec{\Omega}\times\vec{\mathbf{X}}_K\right), \quad (21)$$

где × – знак векторного произведения.

Первое слагаемое (21) определяет ускорение движения полюса (ЦТ) судна, второе – ускорения поступательного движения точки **К** от вращения, третье – осестремительное ускорение. В проекциях на судовые оси ускорения (21) с учетом (19), (20) принимают вид

$$\dot{V}_{Kx} = \dot{V}_x - \dot{\omega}_y Z - \dot{\omega}_z Y + \omega_x(\omega_y Y - \omega_z Z) - (\omega_y^2 + \omega_z^2)X;$$
$$\dot{V}_{Ky} = \dot{V}_y - \dot{\omega}_x Z + \dot{\omega}_z X + \omega_y(\omega_x X - \omega_z Z) - (\omega_x^2 + \omega_z^2)Y; \quad (22)$$
$$\dot{V}_{Kz} = \dot{V}_z - \dot{\omega}_x Y + \dot{\omega}_z X + \omega_z(\omega_y Y - \omega_x X) - (\omega_x^2 + \omega_y^2)Z.$$

При математическом описании маневрирования судна по криволинейным траекториям может быть целесообразным разложение кинематических характеристик движения по осям естественного трехграника: касательную к траектории, главную нормаль и бинормаль. Тогда, вектор линейной скорости будет направлен по касательной, а касательное и нормальное ускорения определяются по декартовым составляющим, на основании работ [3, 11]:

$$\dot{V}_\tau = \frac{1}{V_\tau}(V_x\dot{V}_x + V_y\dot{V}_y + V_z\dot{V}_z);$$
$$\dot{V}_n = \frac{1}{V_\tau}\sqrt{(V_x\dot{V}_y - V_y\dot{V}_x)^2 + (V_y\dot{V}_z - V_z\dot{V}_y)^2 + (V_z\dot{V}_x - V_x\dot{V}_z)^2};$$
$$\overrightarrow{V_\tau} = \vec{V} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}, \quad (23)$$

где $\dot{V}_\tau$, $\dot{V}_n$ – касательное и нормальное ускорения.

Из теоремы сложения скоростей и выражений (23)-(27) вытекают основные следствия движения судна, как твердого тела [3, 11, 12]:

1. В любой момент времени проекции скоростей любых двух точек судна на прямую линию, проходящую через эти точки, равны между собой. Следовательно, можно получить проекции скоростей любых точек судна на заданное направление (координатные оси, направление на ближайшую опасность и т.п.), а если в этих точках установлены датчики скорости, то возможно управлять движением судна, например, по заданному движению точки, ближайшей к опасности рис. 3.

2. Скорости трех точек судна, не лежащих на одной прямой, определяют скорость любой точки тела, т.е. с помощью трех датчиков скоростей можно представить полное движение судна и решать задачи управления для осуществления желаемого движения.

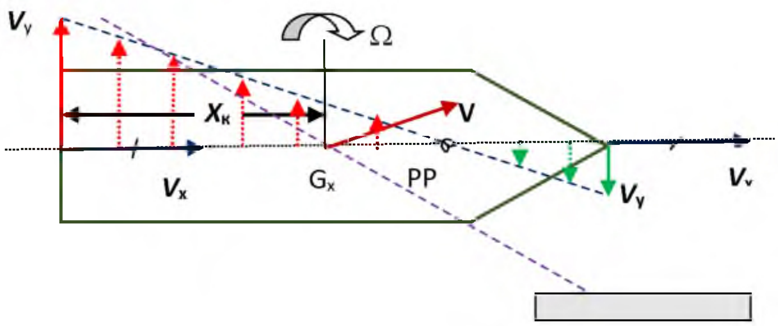

Рисунок 3 – Поле скоростей движения судна: PP – полюс поворота (скоростей)

3. Если векторы скоростей трех точек судна, не лежащих на одной прямой, в некоторый момент времени равны, то тело совершает мгновенное поступательное движение.

4. Если в данный момент времени скорости двух точек судна равны нулю, то тело либо находится в мгновенном покое, либо совершает мгновенное вращение вокруг прямой, проходящей через эти точки.

5. Если скорость некоторой точки судна равна нулю, то судно находится либо в мгновенном покое, либо в мгновенном вращении вокруг оси, проходящей через эту точку (мгновенный центр скоростей) координаты которой, для плоского горизонтального движения судна, определяются из равенства нулю горизонтальных проекций скоростей (19), (20):

$$X_V = -V_y/\omega_z; \qquad Y_V = -V_x/\omega_z, \quad (24)$$

где X_V, Y_V – координаты мгновенного центра скоростей.

Координаты мгновенного центра ускорений плоского движения судна определяются из равенства нулю первых двух выражений (22)

$$X_a = \frac{\dot{V}_y\dot{\omega}_z - \dot{V}_x\omega_z^2}{\dot{\omega}_z^2 + \omega_z^4}; \qquad Y_a = \frac{(\dot{V}_x\dot{\omega}_z + \dot{V}_y\omega_z^2)}{\dot{\omega}_z^2 + \omega_z^4}, \quad (25)$$

где X_a, Y_a – координаты мгновенного центра ускорений.

Литература

1. Баранов, Ю.К. Навигация: учебник [Текст]/ Ю.К. Баранов, М.И. Гаврюк, В.А. Логиновский, Ю.А. Песков. – СПб.: Лань, 1997. – 512 с.
2. Васильев, А.В. Управляемость судов [Текст].– Л.: Судостроение, 1989.– 327 с.
3. Васьков, А.С. Математическое обеспечение процессов движения системы судно – зона навигационной безопасности [Текст].– М.: Мортехинформреклама, 1994.– 89 с.
4. Васьков, А.С. Методологические основы управления движением судна и конфигурацией зоны навигационной безопасности [Текст]: автореф. дисс. на соиск. уч. ст. д.т.н. (05.22.16).– СПб.: ГМА им. адм. С.О.Макарова, 1998.– 48 с.

5. Васьков, А.С. Математические основы судовождения. Лабораторный практикум: уч. пособие [Текст]/ А.С. Васьков, А.А. Мироненко.– М.: Из-во Юрайт, 2021.– 179 с.
6. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц [Текст].– М.: Наука, 1988.– 552 с.
7. Голованов, Н.Н. Геометрическое моделирование [Текст].– М.: Из-во Физ.-мат. лит-ры, 2002.– 472 с.
8. ГОСТ 32453–2017. Глобальная навигационная спутниковая система. Системы координат. Методы преобразований координат определяемых точек [Текст].– М.: Стандартинформ, 2017.– 23 с.
9. Коренев Г.В. Цель и приспособляемость движения [Текст].– М.: Наука, 1974.– 528 с.
10. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров [Текст]/ Г.Корн, Т.Корн.– М.: Наука, 1984.– 831 с.
11. Ляпунов, А.М. Лекции по теоретической механике [Текст].– Киев: Наук. думка, 1982.– 632 с.
12. Маркеев, А.П. Теоретическая механика [Текст].– М.: ЧеРо, 1999.– 572 с.
13. Мироненко, А.А. Прототип судна-робота [Текст]// Эксплуатация морского транспорта.– 2018.– № 2(87).– С. 46-52.
14. Митюков, В.В. Методика преобразования координат при моделировании движения твердого тела [Текст]/ В.В. Митюков, И.В. Извольский// Автоматизация процессов управления.– 2010.– №4(22).– С.16-20.
15. Практическое кораблевождение: для командиров кораблей, штурманов и вахтенных офицеров. Кн.1 [Текст]/ под ред. А.П. Михайловского.– Л.: ГУНиО МО, 1889. – 896 с.
16. Роджерс, Д. Математические основы машинной графики [Текст]/ Д. Роджерс, Дж. Адаме.– М.: Мир, 2001.– 604 с.
17. Скрыпник, О.Н. Системы координат и координатные преобразования для задач аэронавигации [Текст]// Научный Вестник МГТУ ГА, 2017.– Т.20.– №04.– С.88-96.
18. Сорокин А.И. Морская картография [Текст].– Л.: ГУНИО МО, 1985.– 254 с.

References

1. Baranov, YU.K. Navigaciya: Uchebnik [Tekst]/ YU.K.Baranov, M.I.Gavryuk, V.A.Loginovskij, YU.A.Peskov. – SPb.: Lan', 1997. – 512 s.
2. Vasil'ev, A.V. Upravlyaemost' sudov [Tekst].– L.: Sudostroenie, 1989.– 327 s.
3. Vas'kov, A.S. Matematicheskoe obespechenie processov dvizheniya sistemy sudno – zona navigacionnoj bezopasnosti [Tekst].– M.: Mortekhinformreklama, 1994.– 89 s.
4. Vas'kov, A.S. Metodologicheskie osnovy upravleniya dvizheniem sudna i konfiguraciej zony navigacionnoj bezopasnosti [Tekst]/ Avtoref. diss. na soisk. uch. st. d.t.n. (05.22.16).– SPb.: GMA im. adm. S.O.Makarova, 1998.– 48 s.
5. Vas'kov, A.S. Matematicheskie osnovy sudovozhdeniya. Laboratornyj praktikum: Uch. posobie [Tekst]/ A.S.Vas'kov, A.A.Mironenko.– M.: Iz-vo YUrajt, 2021.– 179 s.
6. Gantmaher F.R. Teoriya matric [Tekst].– M.: Nauka, 1988.– 552 s.
7. Golovanov, N.N. Geometricheskoe modelirovanie [Tekst].– M.: Iz-vo Fiz.-mat. lit-ry, 2002.– 472 s.
8. GOST 32453–2017. Global'naya navigacionnaya sputnikovaya sistema. Sistemy koordinat. Metody preobrazovanij koordinat opredelyaemyh tochek [Tekst].– M.: Standartinform, 2017.– 23 s.
9. Korenev G.V. Cel' i prisposoblyaemost' dvizheniya [Tekst].– M.: Nauka, 1974.– 528 s.
10. Korn, G. Spravochnik po matematike dlya nauchnyh rabotnikov i inzhenerov [Tekst]/ G.Korn, T.Korn.– M.: Nauka, 1984.– 831 s.
11. Lyapunov, A.M. Lekcii po teoreticheskoj mekhanike [Tekst].– Kiev: Nauk. dumka, 1982.– 632 s.
12. Markeev, A.P. Teoreticheskaya mekhanika [Tekst].– M.: CHeRo, 1999.– 572 s.
13. Mironenko, A.A. Prototip sudna-robota [Tekst]/ Ekspluataciya morskogo transporta.– 2018.– № 2(87).– S. 46 – 52.
14. Mityukov, V.V. Metodika preobrazovaniya koordinat pri modelirovanii dvizheniya tverdogo tela [Tekst]/ V.V.Mityukov, I.V.Izvol'skij// Avtomatizaciya processov upravleniya, 2010.- №4(22).– S.16 – 20.
15. Prakticheskoe korablevozhdenie: dlya komandirov korablej, shturmanov i vahtennyh oficerov. Kn.1 [Tekst]/ Pod red. A.P. Mihajlovskogo.– L.: GUNiO MO, 1889. – 896 s.
16. Rodzhers, D. Matematicheskie osnovy mashinnoj grafiki [Tekst]/ D.Rodzhers, Dzh.Adame.– M.: Mir, 2001.– 604 s.
17. Skrypnik, O.N. Sistemy koordinat i koordinatnye preobrazovaniya dlya zadach aeronavigacii [Tekst]/ Nauchnyj Vestnik MGTU GA, 2017.– T.20.– №04.– S.88 – 96.
18. Sorokin A.I. Morskaya kartografiya [Tekst].–L.: GUNIO MO, 1985.–254 s.

УДК 62-523.2
DOI: 10.34046/aumsuomt102/7

АВТОРУЛЕВОЙ АЗИПОДНОГО СУДНА

Я.В. Бурылин кандидат технических наук

В статье предлагаются методы формирования управляющих воздействий на средства управления судном, оснащенным двумя азиподными установками и носовым подруливающим устройством. Законы управления судном строятся на иерархически организованных ПИД-принципах с декомпозицией по